

Юренкова Любовь Романовна, Вержховская Ольга Григорьевна

## **ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИ ИЗУЧЕНИИ СТЕРЕОМЕТРИИ В ИНЖЕНЕРНОМ КЛАССЕ**

Изучение стереометрии учащимися инженерного класса должно предусматривать решение таких многофигурных задач, которые развивают конструкторское мышление. Использование средств геометрического моделирования в компьютерных программах Компас и Inventor непременно вызовет интерес к процессу конструирования, сопровождающему решение задач. Внедрение в учебный процесс современной школы компьютерных технологий позволяет не только получать решение в наглядном виде, но и создать трехмерную модель с помощью 3D-принтера.

Адрес статьи: [www.gramota.net/materials/4/2017/4/22.html](http://www.gramota.net/materials/4/2017/4/22.html)

Источник

### **Педагогика. Вопросы теории и практики**

Тамбов: Грамота, 2017. № 4(08) С. 82-86. ISSN 2500-0039.

Адрес журнала: [www.gramota.net/editions/4.html](http://www.gramota.net/editions/4.html)

Содержание данного номера журнала: [www.gramota.net/materials/4/2017/4/](http://www.gramota.net/materials/4/2017/4/)

### **© Издательство "Грамота"**

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: [www.gramota.net](http://www.gramota.net)  
Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: [pednauki@gramota.net](mailto:pednauki@gramota.net)

УДК 37

*Изучение стереометрии учащимися инженерного класса должно предусматривать решение таких многофигурных задач, которые развивают конструкторское мышление. Использование средств геометрического моделирования в компьютерных программах Компас и Inventor непременно вызовет интерес к процессу конструирования, сопровождающему решение задач. Внедрение в учебный процесс современной школы компьютерных технологий позволяет не только получать решение в наглядном виде, но и создать трехмерную модель с помощью 3D-принтера.*

*Ключевые слова и фразы:* стереометрия; многофигурная задача; чертеж; компьютерная программа; электронная модель.

**Юренкова Любовь Романовна**, к.т.н., доцент

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана  
julia-nebova@mail.ru

**Верховская Ольга Григорьевна**

ГБОУ СОШ № 2107, г. Москва  
verzhovskaja@2107school.ru

### ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИ ИЗУЧЕНИИ СТЕРЕОМЕТРИИ В ИНЖЕНЕРНОМ КЛАССЕ

Проблема формирования пространственного мышления у учащихся старших классов средней школы и студентов университетов продолжает оставаться актуальной. Объясняется этот факт тем, что в современной школе все меньше внимания уделяется трудовому воспитанию, то есть формированию навыков работы руками на уроках труда. Информационные технологии вторглись в образовательный процесс, что, безусловно, необходимо. В данной работе предложено создать баланс между трудовым воспитанием и обучением с использованием компьютера. С этой целью учащимся предлагается наряду с решением стереометрической задачи карандашом, построением электронной модели, создать макет руками, например, из бумаги, и напечатать его на 3D-принтере.

В приведенной задаче [2] шар радиуса 2 мм касается всех граней пирамиды  $SABCD$ , в основании которой лежит ромб. Высота ромба равна 4 мм, а расстояние от центра шара до прямой  $AC$  равно  $\frac{2\sqrt{2}}{3}AB$ . Определить объем пирамиды.

#### Решение (Рис. 1)

Сначала определим геометрическое место точек, равноудаленных от плоскостей  $ABC$ ,  $ASD$  и  $DSC$  как пересечение биссекторных полуплоскостей двугранных углов, образованных указанными плоскостями. Через апофемы  $\alpha$  и  $SN$  граней  $ASB$  и  $DSC$  проведена плоскость  $\alpha$ , перпендикулярная плоскостям  $ASB$ ,  $DSC$  и  $ABC$ .

Биссекторы пересекают плоскость  $\alpha$  по биссектрисам всех внутренних и внешних углов равнобедренного треугольника  $KSN$  (Рис. 1). Эти биссектрисы пересекаются в точках  $O_1$ ,  $O_2$ ,  $O_3$  – центрах вневписанных окружностей треугольника – и в точке  $O_4$  – центре его вписанной окружности.

После анализа взаимного расположения фигур было выяснено, что центр шара может находиться в точке  $B_1$  или  $D_1$  (Рис. 2). Определим сторону ромба  $AB = 3\sqrt{2}$  мм и высоту пирамиды  $SH$ , равную приблизительно 1 мм.

Окончательно, объем пирамиды равен  $8\sqrt{2}$ .

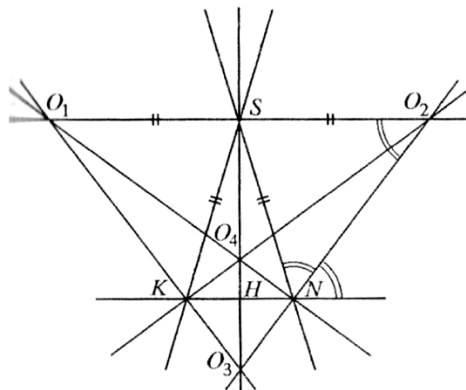


Рисунок 1. Расчетная схема в плоскости  $\alpha$

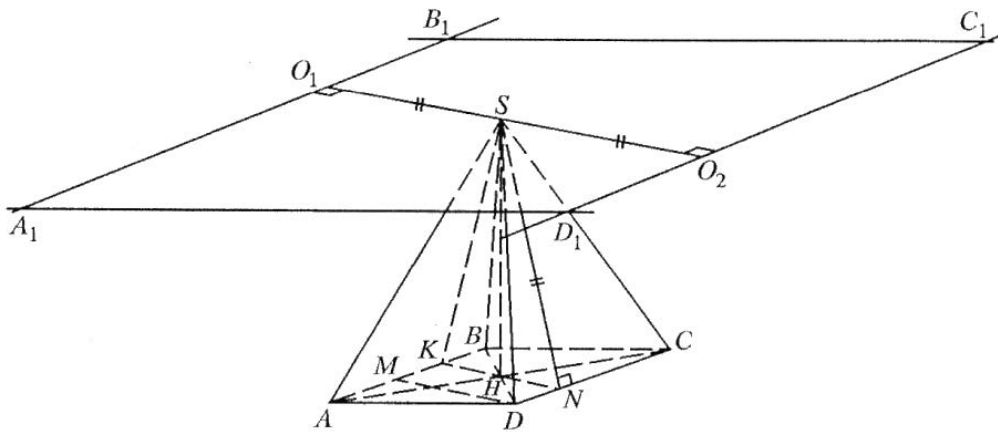


Рисунок 2. Чертеж (рисунок) к задаче

Следует заметить, что при решении стереометрических задач, а особенно сложных многофигурных, помогают навыки выполнения чертежей в соответствии с правилами ЕСКД (Единой системы конструкторской документации) [3] и нередко правила построения ортогональных проекций фигур [4].

Нетрудно убедиться в том, что приведенное решение достаточно сложное. Для создания электронной модели используем программу *Inventor*.

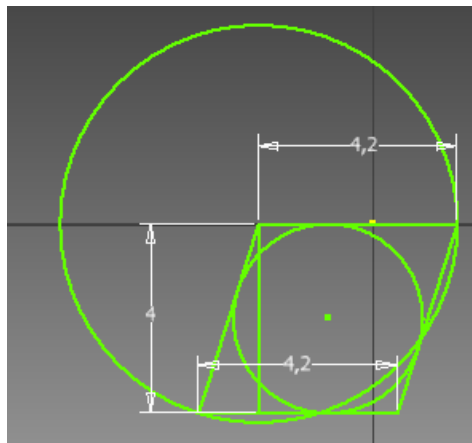
#### Этапы создания 3D-модели в среде программы *Inventor* [1]

1 – в режиме «эскиз» был начерчен ромб (Рис. 3а);  
 2 – после принятия эскиза в режиме «модель» с помощью команды «по сечениям» получена пирамида и с помощью команды «выдавливание» – цилиндр, осью которого является диагональ ромба  $AC$ , а радиус из условия задачи равен  $\frac{2\sqrt{2}}{3}AB$  (Рис. 3б);

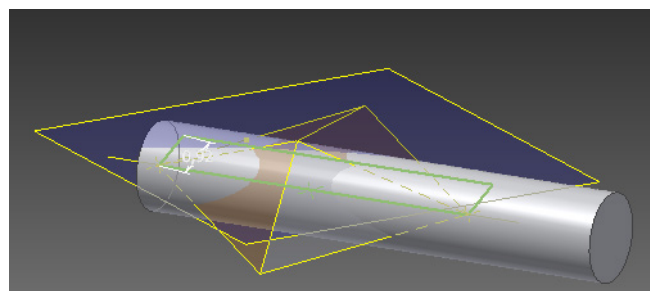
3 – с помощью двух «рабочих плоскостей», которые являются биссекторами двугранных углов пирамиды, получена прямая  $a$ , содержащая центр шара (Рис. 3в);

4 – точки пересечения прямой  $a$  с цилиндрической поверхностью являются центрами шара (Рис. 3г);

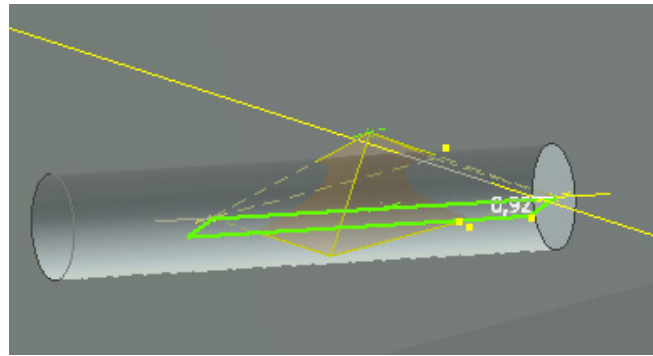
5 – для проверки правильности решения (Рис. 3д) проведены две плоскости, содержащие грани пирамиды (Рис. 3е). Можно увидеть небольшую погрешность построений, которую нетрудно устранить.



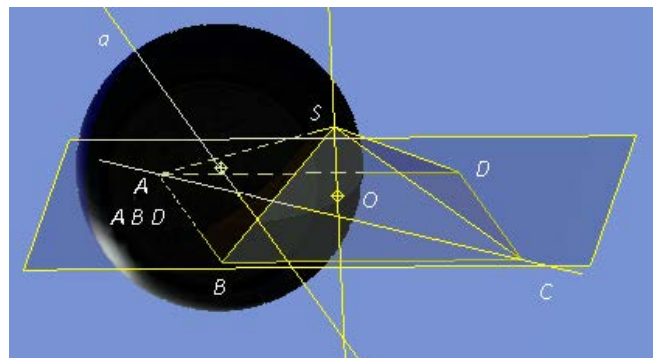
а



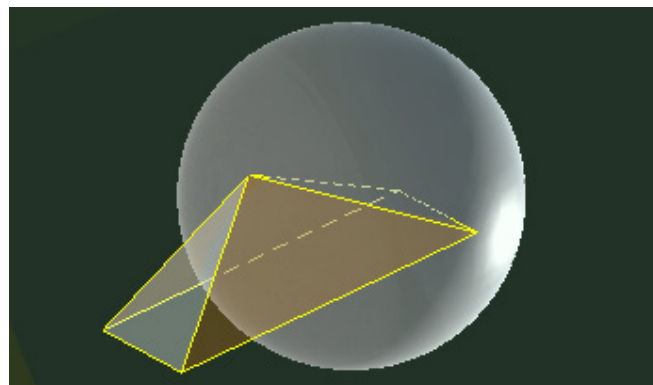
б



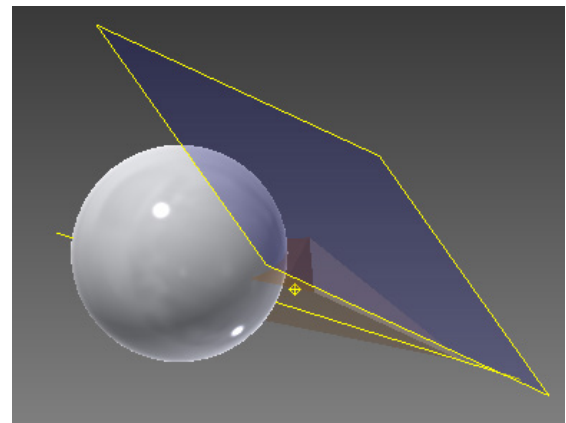
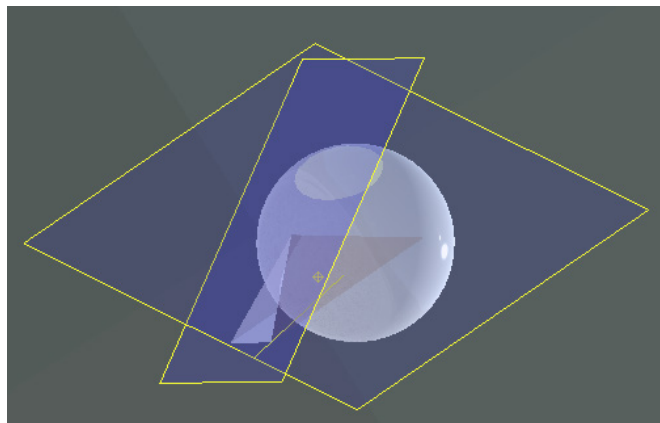
б



г



д



е

**Рисунок 3.** Этапы построения 3D-модели к задаче: а – вычерчивание ромба – основания пирамиды; б – построение пирамиды и цилиндра; в – построение прямой пересечения двух биссекторов; г – построение шара заданного радиуса; д – решение задачи; е – проверка правильности решения

Для решения следующей задачи применены ортогональные проекции, 3D-моделирование и построен макет.

#### Условие задачи

На плоскости лежат шесть равных конусов с общей вершиной и касающихся друг друга по образующей. Определить зависимость угла между двумя общими образующими и угла при вершине осевого сечения.

#### Решение

а) Для построения горизонтальной проекции (вида сверху) конуса использована вспомогательная сфера, вписанная в коническую поверхность (Рис. 4).

Рассмотрим прямоугольные треугольники  $B''O''S''$  и  $B'O'S'$ :

$$S''A'' = S'O'; A''O'' = K'O'$$

После простых алгебраических преобразований получим:

$$\alpha = 2 \arcsin(\sin \varphi / 2)$$

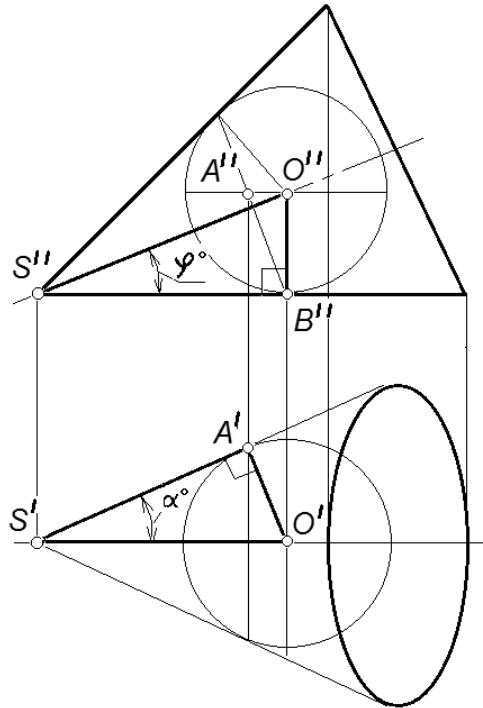


Рисунок 4. Ортогональный чертеж к задаче

#### б) Этапы создания модели к задаче в среде *Inventor*

1 – в режиме «эскиз» был начерчен прямоугольный треугольник (Рис. 5);

2 – после принятия эскиза в режиме «модель» с помощью операции «вращение» получен прямой круговой конус (Рис. 6);

3 – в режиме «модель» с помощью «рабочих плоскостей» и операции «массив» было получено шесть равных касающихся конусов (Рис. 7);

4 – можно сравнить значения углов  $\alpha$  и  $\varphi$ , выполнив команду «угол» в режиме «проверка» (Рис. 8).

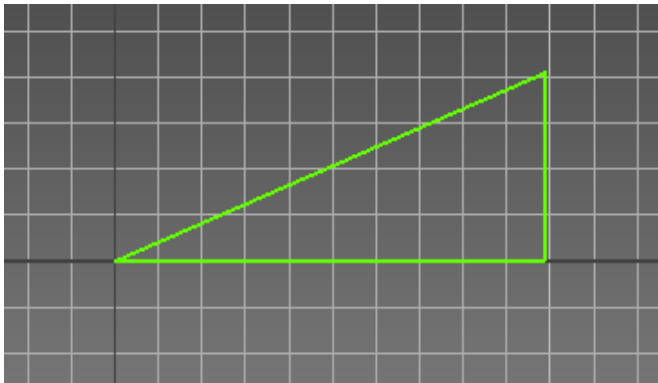


Рисунок 5

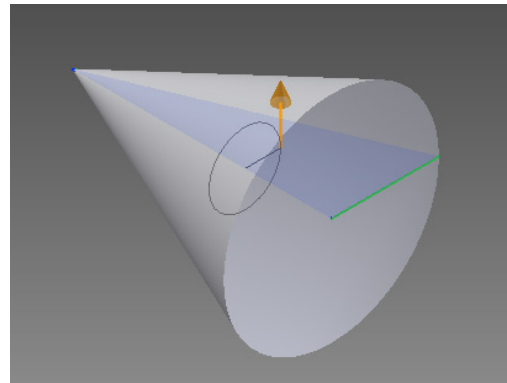
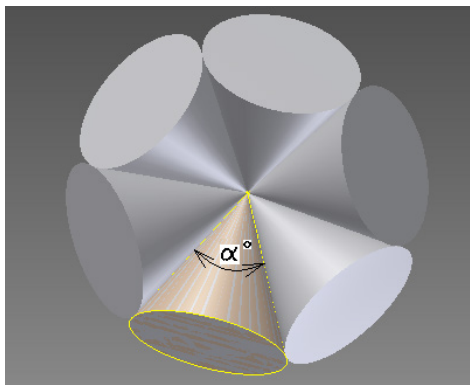
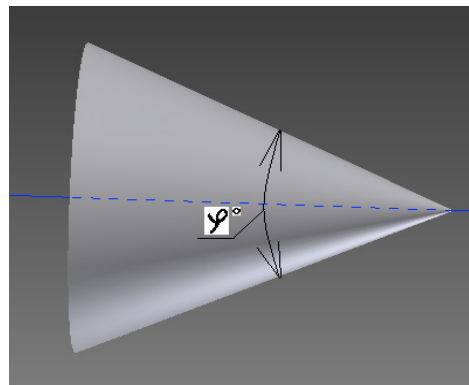


Рисунок 6

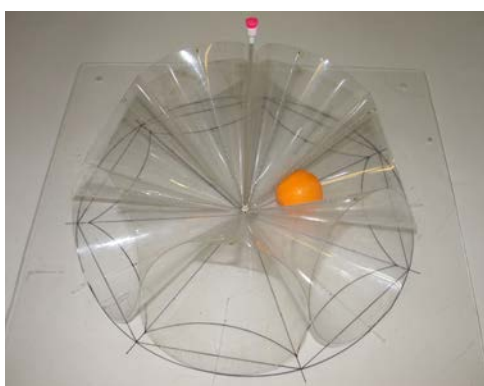


**Рисунок 7.** Выполнение операции «массив» в режиме «модель»



**Рисунок 8.** Измерение угла  $\varphi$  командой «угол» в режиме «проверка»

На Рис. 9 показан макет, выполненный руками из пластика.



**Рисунок 9.** Макет к задаче

### Выводы

1. Представленные задачи используются в учебном процессе одной из профильных школ при МГТУ им. Н. Э. Баумана.
2. Применение средств компьютерной графики и программы 3D- моделирования не только повысит интерес учащихся к предмету, но и будет способствовать привитию навыков конструирования, необходимых в будущей инженерной деятельности.

### Список источников

1. Журбенко П. А., Гузнецов В. Н. Autodesk Inventor 2012. Трехмерное моделирование деталей и создание чертежей. М.: ДМК-Пресс, 2012. 120 с.
2. Калинин А. Ю., Терешин Д. А. Стереометрия. М.: Изд. МФТИ, 2001. 320 с.
3. Юренкова Л. Р., Бурлай В. В. Учитесь чертить, или Первый шаг в машиностроительное черчение: учебное пособие. М.: Изд. МГОУ, 2008. 187 с.
4. Юренкова Л. Р., Бурлай В. В., Ковальчук А. К., Соколик А. Ю. Решение стереометрических задач методом проекций. М.: Радио и связь, 2001. 38 с.

### GEOMETRIC SIMULATION WHILE STUDYING STEREOMETRY IN THE ENGINEERING CLASS

**Yurenkova Lyubov' Romanovna**, Ph. D. in Technical Sciences, Associate Professor  
Bauman Moscow State Technical University (National Research University)  
julia-nebova@mail.ru

**Verzhkhovskaya Ol'ga Grigor'evna**  
Secondary School № 2107, Moscow  
verzhovskaja@2107school.ru

Stereometry studying by students of the engineering class must provide the solution of such multi-figure problems, which develop engineering thinking. The use of geometric simulation means in the computer programmes “Компас” and “Inventor” will certainly provoke interest in design process accompanying problems solution. Introduction of computer technologies in the educational process of the modern school allows not only getting a solution in the visual form, but also creating a three-dimensional model with the help of a 3D-printer.

*Key words and phrases:* stereometry; multi-figure problem; drawing; computer programme; electronic model.