издательство грамота

Педагогика. Вопросы теории и практики
Pedagogy. Theory & Practice

ISSN 2686-8725 (online)
ISSN 2500-0039 (print)

2020. Том 5. Выпуск 4. С. 532-539 | 2020. Volume 5. Issue 4. P. 532-539
Материалы журнала доступны на сайте (articles and issues available at): pedagogy-journal.ru

RU

Развитие пространственного мышления студентов инженерно-технических направлений посредством изучения геометрических приложений кратных интегралов

Голышева С. П.

Аннотация. **Цель исследования** - разработать методику изучения темы «Геометрические приложения кратных интегралов», направленной на развитие пространственного мышления студентов инженерно-технических направлений в вузе. На основе анализа психолого-педагогической и методической литературы по теме исследования было установлено отсутствие методической системы изучения указанного раздела математики в высшей школе. Отмечены причины низкого уровня «геометрической» подготовки студентов. **Научная новизна** работы состоит в разработке методической системы освоения темы «Геометрические приложения кратных интегралов», состоящей из определенных этапов с заданиями, систематизирующими знания, умения, навыки, полученные из предыдущих разделов математики. **В результате** были выявлены внутри- и межпредметные связи геометрии с другими дисциплинами, которые изучают студенты инженерно-технических направлений 13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника», 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника», 35.03.06 «Агроинженерия». Разработанная методика позволяет систематизировать теоретический и практический материал предыдущих тем, касающихся геометрии на плоскости и в пространстве, рассматривать их во взаимосвязи с новой, а также способствует развитию логического и пространственного мышления обучающихся указанных направлений.

EN

Developing Spatial Thinking of Engineering and Technical Profile Students While Studying Geometrical Applications of Multiple Integrals

Golysheva S. P.

Abstract. The research objective includes developing methodology to study the topic “Geometrical Applications of Multiple Integrals” with a view to form spatial thinking of engineering and technical profile students. An analysis of psychological, pedagogical and methodological literature on the problem testifies to the absence of universal methodology to study this branch of mathematics at higher education institutions. Causes of students’ low “geometrical” competence are revealed. Scientific originality of the paper involves developing stage-by-stage methodology to study the topic “Geometrical Applications of Multiple Integrals”, which includes tasks aimed to systematize previously acquired knowledge and skills. The conducted research allows identifying intra-disciplinary and interdisciplinary relations of geometry with allied academic disciplines within fields of study 13.03.01 “Heat Power Engineering and Heat Engineering”, 13.03.02 “Electrical and Power Engineering”, 35.03.06 “Agricultural Engineering”. The developed methodology allows systematization of previously studied theoretical and practical material on plane and spatial geometry, helps to ascertain correlation of newly introduced and previously studied material, promotes development of logical and spatial thinking of engineering and technical profile students.

Введение

Несмотря на то, что история возникновения проблемы развития пространственного мышления имеет свою давность, на сегодняшний день она не перестает быть ***актуальной***. Это обусловлено, во-первых, отсутствием основательной методологии по ее реализации, во-вторых, повышенным вниманием числа исследователей к данной теме по ряду причин, связанных в том числе и с подготовкой, и со сдачей ЕГЭ по математике, в-третьих, отсутствием совершенной методики развития пространственного мышления при изучении конкретных тем разделов высшей математики, в частности геометрических приложений кратных интегралов.

Научная статья (original research article) | https://doi.org/10.30853/ped200118

Достижение цели исследования возможно при реализации следующих ***задач***:

– выявление причин низкого уровня «геометрической» подготовки, а следовательно, пространственного мышления студентов;

– анализ психолого-педагогической и методической литературы по данной тематике;

– разработка методики изучения геометрических приложений кратных интегралов, способствующей развитию пространственного мышления в математической подготовке студентов инженерно-технических направлений в вузе (определение этапов, составление заданий).

В работе применялись следующие ***методы исследования***: теоретические: накопление научного материала (изучение, обзор литературы по проблеме исследования, ознакомление с историей и теорией вопроса), анализ и осмысление собранного материала; проверка и уточнение фактов.

Теоретической базой исследования явились основополагающие работы по данной проблематике: Д. Пойя, А. Г. Мордковича, И. С. Якиманской и др. Современные разработки по теории и методике развития пространственного мышления у студентов и школьников принадлежат таким исследователям, как С. А. Коногорская, А. В. Василенко, Т. И. Мурашкина, Е. А. Королев, А. Ю. Егоров, О. В. Потанина, М. А. Захарова, Л. В. Жук и др.

Практическая значимость исследования заключается в использовании авторской методики изучения геометрических приложений кратных интегралов, способствующей развитию пространственного мышления студентов инженерно-технических направлений в высшей школе преподавателями, а также учителями математики образовательных учреждений.

Основная часть

Анализ психолого-педагогических источников по теме пространственного мышления показал: 1) на сегодняшний день нет единого определения понятия пространственного мышления; 2) нет методики изучения темы «Геометрические приложения кратных интегралов» студентами инженерно-технических направлений в вузе, для которых математика, в частности геометрия, является основополагающей при изучении инженерных дисциплин.

А. В. Василенко под «пространственным мышлением» понимает всеобъемлющее понятие пространственного воображения, пространственного представления и пространственного восприятия [2, с. 174]. С. А. Коногорская считает, что пространственное мышление – разновидность мышления, реализуемого преимущественно в образном и практическом планах, специфика которого заключается в самом предмете мысли – пространстве и пространственных отношениях [8, с. 144]. Ю. И. Кузнецова отмечает: «Пространственное мышление есть многоуровневое и иерархичное образование, показатели которого можно обнаружить в своеобразии деятельности, обеспечивающей создание образов и оперирование ими» [9, с. 96]. Данная проблема отражена также и в работе О. В. Кузьмина и М. Л. Палеевой, которые вводят понятие геометро-графической подготовки студентов технических направлений [10, с. 364]. С. Ф. Митенева предлагает схему формирования пространственных представлений и принципы методической системы обучения геометрии [11, с. 5].

Изучение результатов выполнения заданий ЕГЭ по математике (профильный уровень) за 2019 г. выпускниками Иркутской области позволило заключить, что «с геометрическими задачами повышенной сложности (задания № 14 и № 16) традиционно справились плохо»: 3,5% и 1,2% соответственно от общего числа участников 8854 (60,8%) [3]. Для сравнения: относительно схожие результаты ЕГЭ профильной математики за аналогичный период показали испытуемые общеобразовательных организаций Калининградской области: с заданием № 14 справились 7,27%, с № 16 – 2,7%. Выпускники не понимают взаимосвязи элементов геометрической конструкции, слабо владеют теорией, много ошибок допускают при построении чертежа [4, с. 81-82].

Большая часть даже студентов-математиков не способны применять ранее полученные знания по стереометрии [1, с. 61].

К сожалению, «год за годом наблюдается слабый уровень не только пространственного мышления, но и математического образования вообще…» [6, с. 232], и с этим невозможно не согласиться: «…единицы выпускников умеют решать задачи школьного курса геометрии», – утверждают О. В. Потанина, М. А. Захарова, Е. П. Аносова [13, с. 118]. Построение дисциплины геометрии на дедуктивной основе формирует лишь знание теории геометрических пространств, практически не оставляя возможностей для системного развития пространственного мышления [5, с. 35].

Некоторые методисты к дополнительным средствам решения данной проблематики относят привлечение компьютерных технологий [5; 10, с. 364]. Хочется отметить высказывание В. А. Иванникова: «Работа компьютера не повторяет мышление человека» [7, с. 276]. Ничто не заменит все те мыслительные операции, происходящие в человеческом мозге, связанные с построением, изображением фигуры; да, безусловно, компьютер это выполнит, а студент? Роль мыслительных операций очень велика; с ними неразрывно связаны речевые, письменные функции человека.

Актуальна следующая точка зрения: «Геометрическое моделирование, которое может быть эффективным в решении различных задач, в том числе тех – наиболее рациональные, изящные способы решения которых основаны на установлении междисциплинарных связей, остается излишне формализованным, студенты не учитывают специфики геометрии при создании и использовании математических моделей объектов и процессов» [1, с. 61].

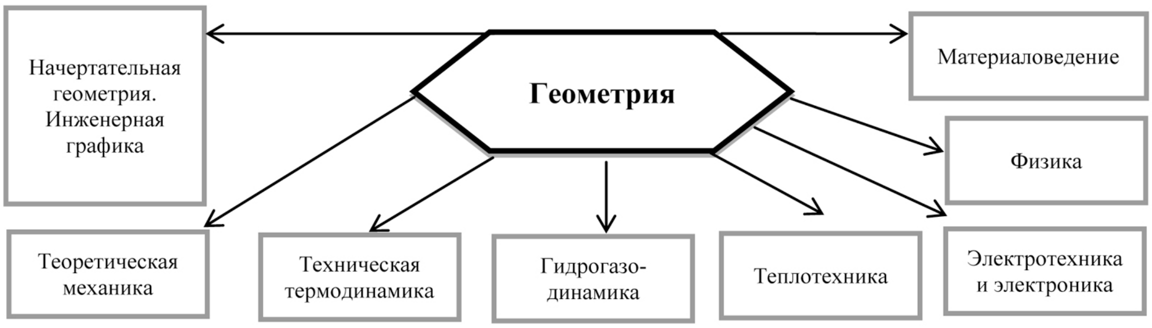


Рисунок 1. *Межпредметная связь геометрии со спецдисциплинами*

Межпредметная связь пространственной геометрии со спецдисциплинами, изучение которых ведется при подготовке студентов инженерно-технических направлений энергетического факультета ИрГАУ, как показано на Рис. 1, обширна. Отметим, что данный перечень дисциплин, ядром которых является «геометрия», не ограничен. «Успешное освоение языка чертежа и технического рисунка является залогом формирования, развития и совершенствования пространственного воображения инженера, конструктора, дизайнера, а также базой для изучения многих дисциплин в вузе: черчения, деталей машин и механизмов, теоретической и строительной механики» [12, с. 1]. И к ряду таких дисциплин относится «Математика», в которой раздел «Геометрические приложения кратных интегралов» можно рассматривать как мощный инструмент для развития пространственного мышления студентов, а для этого важно знать внутрипредметную связь разделов математики с геометрическими приложениями кратных интегралов (Рис. 2).

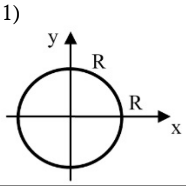
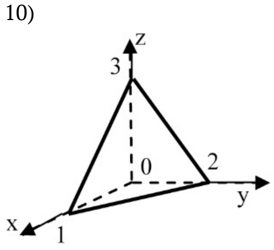
Рисунок 2. *Внутрипредметная связь разделов математики с геометрическими приложениями кратных интегралов*

Невозможно не согласиться с мнением Н. Н. Зепновой, которая утверждает, что формирование профессиональной культуры будущего инженера должно закладываться именно в процессе обучения в вузе и значительная роль при этом должна отводиться математике [6, с. 231].

На изучение дисциплины «Математика» студентами инженерно-технических направлений бакалавриата ФГБОУ ВО «Иркутский государственный аграрный университет им. А. А. Ежевского» 13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника», 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника», 35.03.06 «Агроинженерия» отводятся три семестра, начиная с первого курса. Уже на первых занятиях становится понятным, что у большинства вчерашних школьников есть пробелы в знаниях даже в области элементарной геометрии. Для успешного освоения раздела необходимо ***знать*** определения всех понятий и терминов, теоремы и аксиомы, свойства, аналитические выражения линий; ***уметь*** применять эти знания непосредственно при решении задач на вычисления, доказательство, а также ***владеть*** навыками построения линий на плоскости и фигур в пространстве. Особую сложность у студентов вызывает построение поверхностей в пространстве, поэтому этой подтеме стоит уделить отдельное внимание.

Как известно, методика изучения нового материала подразумевает осуществление следующих этапов. На первом, *подготовительном этапе* предлагается студентам выполнить тест на установление соответствия между аналитическим или графическим заданием линии и названием уравнения, описывающим данную линию на плоскости или в пространстве. Приведем один из вариантов подобного теста (Табл. 1).

Таблица 1. *Тест № 1. Установить соответствие*

Уравнение линии, график линии	Варианты ответов	Уравнение линии, график линии	Варианты ответов
1) 	a) уравнение эллипса	6) $r = a(1+\cos\varphi)$	f) уравнение плоскости в пространстве $6x+3y+2z-6=0$
2) $2x-y+1=0$	b) уравнение сферы	7) $x^2+y^2+z^2=1$	g) уравнение гиперболы
3) $2xy=1$	c) уравнение прямой на плоскости	8) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=4z$	h) уравнение гиперболоида
4) $x^2+4y^2=16$	d) уравнение гиперболы, расположенной в 1-й и 3-й координатных четвертях	9) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}-z^2=1$	i) окружность $x^2+y^2=R^2$
5) $2x^2-y^2=16$	e) уравнение эллиптического параболоида	10) 	j) уравнение кардиоиды
Ответы: 1) ___; 2) ___; 3) ___; 4) ___; 5) ___; 6) ___; 7) ___; 8) ___; 9) ___; 10) ___.			

Немаловажным является нахождение и дальнейшее построение области определения функции двух независимых переменных. Покажем это на примере следующего задания.

Задание № 1. Изобразить в плоскости Oxy область $D=(C\setminus B)\cap A$, ограниченную множествами *A*, *B*, *C*, если: $A=\left\{(x,y)\middle| x+2<y\right\}$, $B=\left\{(x,y)\middle| x^2+y^2\le 4\right\}$, $C=\left\{(x,y)\middle| |x|\le 2, |y|\le 2\right\}$.

Решение. Множество *A* – множество точек плоскости, расположенных выше точек прямой $y=x+2$. Множество *B* представляет собой круг радиуса $R=2$ с центром в O(0;0), к которому принадлежат точки, лежащие на его границе.

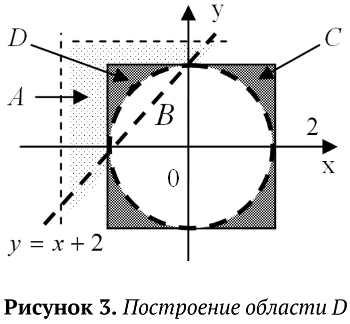


Рисунок 3. *Построение области D*

Поскольку неравенство $|x|\le 2$ равносильно двойному неравенству $-2\le x\le 2$, а неравенство $|y|\le 2$ – неравенству $-2\le y\le 2$, то множество *C* – квадрат со сторонами в 2 единицы (Рис. 3). Множество $(C\setminus B)$ – углы квадрата, тогда *D* будет являться верхним левым углом квадрата.

Необходимо установить взаимосвязь теоретических положений пройденных тем с новой. В качестве примера приведем ряд вопросов, на которые нужно ответить, прежде чем приступить к следующему этапу.

Задание № 2. Записать формулу вычисления объема тела с помощью определенного интеграла по начальным условиям (Табл. 2).

Таблица 2. *Заполнить пустые места*

№ п/п	Начальные условия	$V_{тела}$
1.	по известной площади поперечного сечения $S(x)$, $a \le x \le в$	…
2.	полученного вращением вокруг оси Ох плоской фигуры, ограниченной кривой $y = f(x)$, $x = a$, $x = в$, $y = 0$, $a < в$	…
3.	полученного вращением вокруг оси Оу плоской фигуры, ограниченной кривой $x = \varphi(y)$, $y = c$, $y = d$, $x = 0$, $c < d$	…
4.	полученного вращением вокруг оси Ох плоской фигуры, ограниченной кривыми $y = f(x)$, $y = \varphi(x)$, $0 \le \varphi(x) \le f(x)$, $x = a$, $x = в$, $a < в$	…
5.	полученного вращением вокруг оси Оу плоской фигуры, ограниченной кривыми $x = \eta(y)$, $x = \mu(y)$, $0 \le \mu(x) \le \eta(x)$, $y = c$, $y = d$, $c < d$	…
6.	полученного вращением вокруг оси Ох плоской фигуры, ограниченной кривыми $x = x(t)$, $y = y(t)$, $\alpha \le t \le \beta$	…
7.	полученного вращением вокруг оси Оу плоской фигуры, ограниченной кривыми $x = x(t)$, $y = y(t)$, $\alpha \le t \le \beta$	…
8.	полученного вращением вокруг полярной оси Ох плоской фигуры, ограниченной кривой $\rho = \rho(\varphi)$, $\phi_1 \le \phi \le \phi_2$	…

Задание № 3. По данным Рис. 4 и 5 восстановить пределы интегрирования в интегралах и вычислить их, где область интегрирования *D* – заштрихованная фигура: а) $\int_{\dots}^{\dots} dx \int_{\dots}^{\dots} (x-1)y\,dy$; б) $\int_{\dots}^{\dots} dx \int_{\dots}^{\dots} \left(1 - x^2 - y^2\right) dy$.

а)

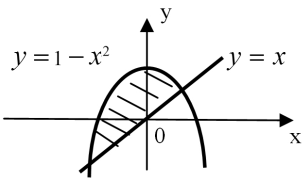


Рисунок 4. *Область D, ограниченная линиями* $y = 1 - x^2$, $y = x$

б)

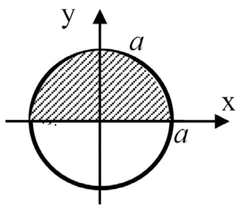


Рисунок 5. *Область D, ограниченная верхней частью круга*

Задание № 4. Изменить порядок интегрирования в интеграле $\int_1^0 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y)dx$.

На втором, *мотивационном этапе* возможно создание проблемной ситуации с применением частично-поискового и исследовательского методов. Для этого необходимо иметь: демонстрационный материал (макет конуса) (Рис. 6), раздаточный материал: лист бумаги, на котором записаны числовые данные конуса: радиус основания, высота.

Дано:

Макет конуса
с уравнением

$z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

R = 8 *см.*
H = 16 *см.*

Найти:

$V_{ус.к}$.

Решение:

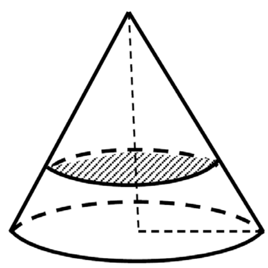


Рисунок 6. *Конус*

Постановка задачи: требуется найти объем части конуса, отсеченной плоскостью, параллельной основанию конуса на расстоянии 10 см от его вершины, с помощью двойного и тройного интегралов. Отметим, что эту задачу раньше можно было разрешить с помощью: а) стереометрической формулы объема конуса; б) определенного интеграла; в) экспериментально и т.д.

На третьем, *ориентировочном этапе* происходит непосредственное ознакомление с теоретическим материалом, необходимыми формулами для вычисления площади фигуры и объема тела с помощью двойного и тройного интеграла. Здесь необходимо построить область *D*. Рассмотрим простой пример.

Задание № 5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми, $y = x^2 + 2x + 1$, $y = -x + 1$ с помощью двойного интеграла (Рис. 7).

Решение. Для решения задачи применим формулу $S_{фиг} = \iint\limits_{D} dxdy$.

Внешний интеграл возьмем по переменной *x*. Тогда выполняются условия: $-3 \le x \le 0$, $x^2 + 2x + 1 \le y \le -x + 1$. Абсциссы точек пересечения линий: $x_{1,2} = -3; 0$.

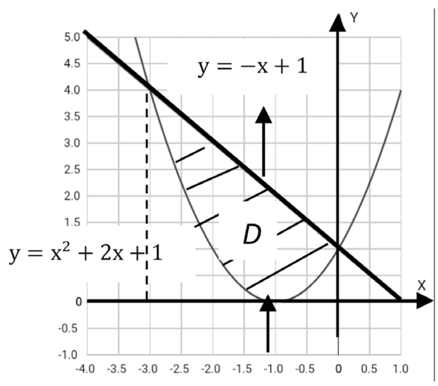


Рисунок 7. *Область D, ограниченная линиями* $y = x^2 + 2x + 1$, $y = -x + 1$

Следовательно, искомая площадь фигуры будет равна $S_{фиг} = \int\limits_{-3}^{0} dx \int\limits_{x^2+2x+1}^{-x+1} dy = \int\limits_{0}^{-3} \left(x^2 + 3x\right) dx = 4,5\,(ед.^2)$.

Задание № 6. Вычислить объем тела, ограниченного параболоидом $z = 4 - \dfrac{x^2 + y^2}{4}$, цилиндром $x^2 + y^2 = 4$ и плоскостью $z = 0$ (объем тела вне цилиндра) (Рис. 8) с помощью двойного и тройного интегралов.

Решение. а) Для вычисления объема с помощью двойного интеграла применим формулу $V = \iint\limits_{D} f\left(x, y\right) dxdy$.

В нашем случае область *D* – часть круга, заключенного между концентрическими окружностями радиусами $r_1 = 2$ и $r_2 = 4$ (Рис. 9).

Перейдем к полярным координатам: $\left\{ D^* : 2 \le r \le 4, \quad 0 \le \phi \le \dfrac{\pi}{2}, \; z = 4 - \dfrac{r^2}{4} \right\}$.

$$V = 4 \iint\limits_{D^*} \left(4 - \frac{x^2 + y^2}{4}\right) dxdy = \int\limits_{0}^{\pi/2} d\phi \int\limits_{2}^{4} r \left(4 - \frac{r^2}{4}\right) dr = 18\pi.$$

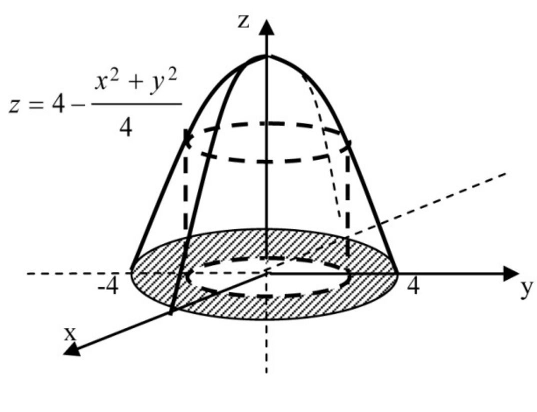


Рисунок 8. *Поверхности в 3-мерном изображении*

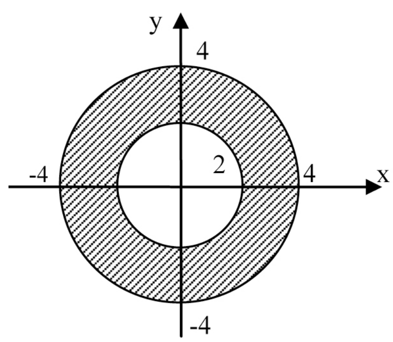


Рисунок 9. *Проекция поверхностей на плоскость Oxy*

б) Для нахождения объема тела с помощью тройного интеграла справедлива формула $V = \iiint\limits_V dxdydz$.

Тогда при $0 \le z \le 4 - \dfrac{r^2}{4}$, учитывая те же самые ограничения переменных, что и в случае а), найдем

$$V = 4\iint\limits_{D^*} dxdy \int\limits_0^{4-(x^2+y^2)/4} dz = 4\iint\limits_{D^*}\left(4 - \frac{x^2+y^2}{4}\right)dxdy = 18\pi.$$

Задание № 7. Вычислить объем тела, ограниченного параболическим цилиндром $y = x^2$, параболоидом $z = x^2 + y^2$ и плоскостью $z = 4$ с помощью тройного интеграла (рассмотреть случай при $y \ge 0$) (Рис. 10).

Решение. Из Рис. 11 видно, что область D удовлетворяет условиям: $-1{,}2 \le x \le 1{,}2$, $x^2 \le y \le \sqrt{4-x^2}$, $x^2 + y^2 \le z \le 4$. Тогда искомый объем тела будет равен

$$V = 2\int\limits_0^{1,2} dx \int\limits_{x^2}^{\sqrt{4-x^2}} dy \int\limits_{x^2+y^2}^{4} dz = 2\int\limits_0^{1,2}\left(4y - x^2y - \frac{y^3}{3}\right)\Bigg|_{x^2}^{\sqrt{4-x^2}} =$$

$$= 2\int\limits_0^{1,2}\left(\left(4\sqrt{4-x^2} - x^2\sqrt{4-x^2} - \frac{\left(\sqrt{4-x^2}\right)^3}{3} - 4x^2 + x^4 + \frac{x^6}{3}\right)dx.\right.$$

Далее, применив соответствующую подстановку и опустив все промежуточные вычисления, окончательно найдем объем тела $V \approx 5\,(ед.^3)$.

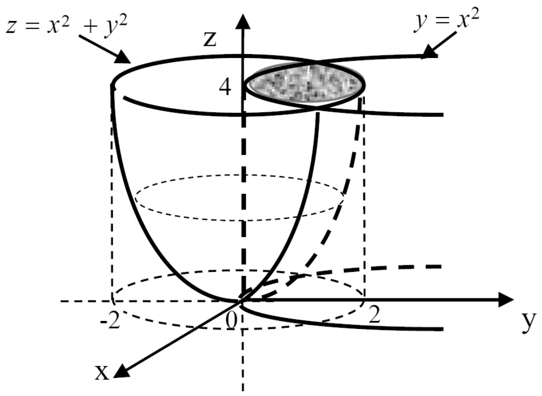


Рисунок 10. *Поверхности в 3-мерном изображении*

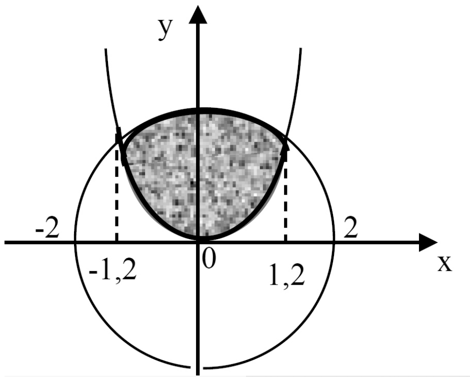


Рисунок 11. *Проекция поверхностей на плоскость Oxy*

После рассмотрения нескольких задач следует вернуться к проблемной ситуации, которую студенты смогут уже разрешить самостоятельно.

Заключение

Таким образом, изучение и анализ педагогической литературы по теме исследования позволили нам выявить причины низкой «геометрической» грамотности студентов при изучении аналитической геометрии на плоскости и в пространстве. Отсутствие методики изучения одной из сложных тем математики – «Геометрических приложений кратных интегралов» – послужило толчком к разработке авторской методики освоения указанной темы, состоящей из определенных этапов, на которых предусмотрено выполнение соответствующих заданий. Данная методика может быть полезна в теории и практике обучения геометрии не только студентов, но и учащихся образовательных учреждений. Последовательное, поэтапное развертывание определенных действий данной методики позволяет: 1) систематизировать знания аналитической геометрии на плоскости и в пространстве; 2) строить чертежи плоских кривых и пространственных фигур; 3) устанавливать связь между теоретическими и практическими знаниями, умениями дифференциального и интегрального исчислений функций одной и нескольких переменных; 4) опираться на внутри- и межпредметные связи геометрии с другими науками. Все это в совокупности способствует развитию пространственного мышления студентов инженерно-технических направлений в вузе. Отсюда следует ***вывод***: студенту важно мыслить пространственно – значит мыслить широко, владеть конструктивными навыками, уметь оперировать видимыми и воображаемыми элементами целого, устанавливать соотношения между ними; ориентироваться в пространстве и, наконец, иметь залог успеха в освоении смежных дисциплин в процессе обучения в вузе.

Список источников

1. Алексеева К. В., Ермак Е. А. О развитии пространственного мышления студентов на основе решения стереометрических задач // Вестник Псковского государственного университета. Серия «Естественные и физико-математические науки». 2017. № 10. С. 61-65.
2. Василенко А. В. Развитие пространственного мышления учащихся в процессе изучения геометрии: психологический аспект // Преподаватель XXI век. 2010. № 2: в 2-х ч. Ч. 1. С. 170-174.
3. Гаер М. А., Лапшина Е. С., Марков С. Н. Результаты государственной итоговой аттестации в форме основного государственного экзамена по математике в Иркутской области в 2019 году. Методические рекомендации [Электронный ресурс]. URL: http://gia-irk.ucoz.net/mr_ogeh_mat_2019.pdf (дата обращения: 16.05.2020).
4. Евдокимова Л. А., Масаева А. А. и др. ЕГЭ - 2019. Анализ результатов единого государственного экзамена на территории Калининградской области в 2018-2019 году [Электронный ресурс]. URL: https://www.koiro.edu.ru/activities/nauchno-metodicheskaya-deyatelnost/redaktsionno-izdatelskaya-deyatelnost/spisok-literatury-izdannoy-koiro/2019/ege-2019.pdf (дата обращения: 16.05.2020).
5. Жук Л. В. Развитие пространственного компонента мыслительной деятельности бакалавров при обучении геометрии в среде компьютерной математической системы // Педагогика. Вопросы теории и практики. 2019. Т. 4. Вып. 3. С. 35-39.
6. Зепнова Н. Н. Развитие пространственного мышления школьников - залог успешного изучения точных дисциплин в вузе // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2012. № 6 (65). С. 231-237.
7. Иванников В. А. Основы психологии. Курс лекций: учеб. для вузов. СПб.: Питер, 2010. 336 с.
8. Коногорская С. А. Особенности пространственного мышления и их взаимосвязь с учебной успешностью // Научно-педагогическое обозрение. 2017. № 1 (15). С. 142-152.
9. Кузнецова Ю. И. Развитие компонентов пространственного мышления обучающихся на уроках геометрии // Вестник науки и образования. 2017. Т. 2. № 3 (27). С. 95-98.
10. Кузьмин О. В., Палеева М. Л. Потенциал прикладных заданий в обучении математике бакалавров технических направлений // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2012. № 10 (69). С. 362-366.
11. Митенева С. Ф. Принципы методической системы обучения геометрии // Современные исследования социальных проблем. 2016. № 1 (57). С. 3-11.
12. Мурашкина Т. И., Королев Е. А., Егоров А. Ю. Особенности методики преподавания темы «Парабола и параболоид» в курсах математики и инженерной графики [Электронный ресурс] // Концепт. 2017. № V11. С. 1-10. URL: http://e-koncept.ru/2017/171045.htm (дата обращения: 28.04.2020).
13. Потанина О. В., Захарова М. А., Аносова Е. П. Формирование приемов решения стереометрических задач как средство повышения качества математической подготовки // Вестник Уфимского государственного нефтяного технического университета. Наука, образование, экономика. Серия «Экономика». 2018. № 1 (23). С. 116-123.

Информация об авторах | Author information

RU **Голышева Светлана Павловна**[1], к. пед. н.
[1] Иркутский государственный аграрный университет имени А. А. Ежевского

EN **Golysheva Svetlana Pavlovna**[1], PhD
[1] Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky

[1] *golyshevasp@yandex.ru*

Информация о статье | About this article

Дата поступления рукописи (received): 30.04.2020; опубликовано (published): 31.08.2020.

Ключевые слова (keywords): пространственное мышление; студенты инженерно-технических направлений; геометрические приложения кратных интегралов; геометрия; математика; spatial thinking; engineering and technical profile students; geometrical applications of multiple integrals; geometry; mathematics.