

RU

Реализация фундаментальности университетского образования в учебной деятельности студентов технических вузов при обучении математике

Шамайло О. Н., Булычева Ю. В.

Аннотация. Цель исследования – обосновать необходимость разработки и внедрения в учебный процесс новых средств обучения, усиливающих фундаментальность математической подготовки в технических вузах. Фундаментальность современного технического образования предполагает ориентированность процесса обучения на подготовку самостоятельно мыслящей личности, умеющей самоопределяться относительно общего социокультурного развития и развития науки, способной к саморазвитию, обладающей системными профессиональными знаниями и опытом исследовательской деятельности. Теория учебной деятельности позволяет органически соединить фундаментализацию и профессионализацию образования. В статье подробно описываются некоторые способы организации учебной деятельности при работе с математическими предложениями в соответствии с теорией поэтапного формирования умственных действий П. Я. Гальперина в модификации, относящейся к преподаванию математики. Проведено обоснование возможности усиления фундаментальности математической подготовки студентов посредством решения системы заданий, обеспечивающих формирование умственных действий, адекватных знаниям, содержащимся в современном курсе математики. Научная новизна исследования заключается в том, что впервые на выделенной теоретической основе разработана система заданий для организации учебной деятельности студентов технических вузов в процессе обучения математике с учетом усиления фундаментальности математической подготовки. В результате авторы предложили методику конструирования заданий по уровням усвоения, основанную на схеме: задача – обратная задача – экстремальная задача – задача на составление модели с различными ограничениями.

EN

Implementing the fundamental nature of university education in the learning activities of technical university students during mathematics instruction

O. N. Shamaylo, J. V. Bulycheva

Abstract. The research aims to substantiate the necessity of developing and implementing new educational tools that enhance the fundamental nature of mathematical training in technical universities. In the context of modern technical education, the “fundamental nature” implies a learning process oriented toward preparing independently thinking individuals capable of self-determination regarding scientific and sociocultural development, possessing a capacity for self-improvement, systemic professional knowledge, and research experience. The theory of learning activities provides a framework for organically integrating the fundamentalization and professionalization of education. The article describes specific methods for organizing learning activities when working with mathematical propositions, following P. Ya. Galperin’s theory of stage-by-stage formation of mental actions as modified for mathematics instruction. The study substantiates the possibility of strengthening students’ fundamental mathematical preparation through a system of tasks designed to foster mental actions aligned with the knowledge required by a modern mathematics course. The scientific novelty of the study lies in the fact that, for the first time, a task system for organizing the learning activities of technical university students has been developed on this specific theoretical basis, with a focus on enhancing the fundamental nature of mathematical training. As a result, the authors propose a methodology for constructing tasks according to levels of assimilation, based on the following scheme: problem – inverse problem – extremal problem – modeling problem with various constraints.

Введение

Изменения, происходящие в высшем техническом образовании, инициированы процессами развития высокотехнологичных областей экономики и необходимостью усиления воспитательного, мировоззренческого компонента образования. Общие направления трансформации системы высшего образования закреплены на государственном уровне (О некоторых вопросах совершенствования системы высшего образования..., 2023). Результаты подготовки выпускников конкретных вузов напрямую зависят от организации учебной работы по каждой дисциплине в рамках реализуемых образовательных программ. В этой статье мы рассмотрим особенности организации учебной деятельности студентов технических вузов в соответствии с теорией поэтапного формирования умственных действий П. Я. Гальперина в модификации, относящейся к преподаванию математики, направленной на усиление фундаментальности математической подготовки.

Теоретический обзор аналитических публикаций, посвященных проблемам и тенденциям развития отечественного высшего образования в постболонский период, обозначил педагогическую проблему: снижение качества и фундаментальности высшего образования (Бермус, 2025; Бабенко, Бадьин, 2025). Фундаментальность сегодня выделяется как ключевая сущностная характеристика новой модели высшего образования. Фундаментальность современного образования ориентирована на подготовку самостоятельно мыслящей личности, умеющей себя определить относительно общего социокультурного развития и развития науки, обладающей критическим мышлением (Петрова, Овсянникова, Плюснин, 2024). Актуализация фундаментальности содержания высшего образования выражается в усилении ценностно-мировоззренческого компонента для уровня базового высшего образования (Гилязова, Замощанская, 2025), что зафиксировано в федеральных государственных образовательных стандартах высшего образования 4-го поколения (ФГОС ВО – 4). В новых стандартах наряду с общепрофессиональными компетенциями, в том числе и для математических дисциплин, требования к результатам освоения базового уровня высшего образования содержат категорию универсальных компетенций (УК): «Ценности и мировоззрение, научная методология и системное мышление», включающую универсальную компетенцию УК-1: «Способен использовать философские знания, научную методологию и традиционные духовно-нравственные ценности для формирования научного мировоззрения, логического и системного мышления» (Макет, утвержденный Письмом..., 2023).

Актуальность данного исследования обусловлена необходимостью разработки и внедрения в учебный процесс новых средств обучения, усиливающих фундаментальность математической подготовки в технических вузах.

Задачи исследования:

- 1) на основе анализа научных публикаций, посвященных фундаментализации образования, выявить отличительные черты фундаментальности содержания современного высшего образования;
- 2) на основе анализа психолого-педагогических исследований выявить особенности организации учебной деятельности студентов технических вузов в процессе обучения математике, направленной на усиление фундаментальности математической подготовки;
- 3) представить опыт организации учебной деятельности студентов технического вуза, направленной на усиление фундаментальности математической подготовки, на примере изучения раздела алгебры «Основы теории сравнений».

Теоретической основой данной работы являются философские исследования по выявлению специфики фундаментализации современного образования (Панькова, 2013; Тестов, 2007; 2008; Петрова, 2024; Петрова, Овсянникова, Плюснин, 2024); фундаментальные положения учения о формировании психической деятельности человека (Рубинштейн, 1958; Выготский, 1960; Леонтьев, 1981; Гальперин, 1958; 1965); психолого-педагогическая теория методологии учебной деятельности (Талызина, 1995; Новикова, 2023; Зимняя, 2009); научные выводы об организации учебной деятельности в соответствии с теорией поэтапного формирования умственных действий П. Я. Гальперина в модификации, относящейся к преподаванию математики (Талызина, 1995; Калوشина, 2007; Левитас, 2008; Новикова, 2023).

Методами проведенной работы являются: анализ публикаций в области философии образования для выделения отличительных черт фундаментальности современного образования; анализ психолого-педагогических исследований и учебных пособий с целью выявления особенностей организации учебной деятельности студентов технических вузов, направленной на усиление фундаментальности математической подготовки; показ и обсуждение практики организации учебной деятельности студентов технических вузов в процессе обучения математике в Астраханском государственном техническом университете.

Практическая значимость представленного исследования заключается в следующем: научно-обоснованные и экспериментально проверенные выводы и рекомендации по организации учебной деятельности студентов технических вузов в процессе обучения математике могут быть использованы в педагогической практике, ориентированной на формирование современного мировоззрения и усиление фундаментальности подготовки. Кроме того, результаты проведенных исследований могут быть использованы в научно-исследовательской работе, системе повышения квалификации профессорско-преподавательского состава.

Обсуждение и результаты

Фундаментализация является одним из базовых направлений развития системы современного образования. В философии образования в это понятие разные исследователи вкладывают разные смыслы: более углубленная

подготовка по заданному направлению обучения; соединение научного знания и образовательного процесса; сочетание разностороннего гуманитарного и естественнонаучного знания (Панькова, 2013; Тестов, 2007; 2008).

В прошлом веке подход к фундаментальности образования рассматривался как педагогическая адаптация оснований классической науки к образованию. «Фундаментальность связывалась с кумулятивным усвоением багажа профессионального знания, а поскольку профессия не менялась поколениями, то и не было необходимости пересматривать фундаментальное содержание образования. Фундаментальность виделась в определении специфики познания в образовании, то есть познания уже открытого знания, когда методика его усвоения в образовательной деятельности предполагала имитацию научного познания», – отмечает Г. И. Петрова (2024, с. 16).

Для научной области сегодня характерны явления междисциплинарности и трансдисциплинарности, единства теоретических и прикладных знаний, массового применения инновационных технологий, стремительного темпа цифровизации. «Фундаментальная наука сегодня выявляет те основы новой реальности, на базе которых осуществляется сцепление и единение разных и множественных, природных и социальных, культурных и антропологических, теоретических и практических миров», – характеризуют современную ситуацию Г. И. Петрова, Ю. Н. Овсянникова, В. Л. Плюснин (2024, с. 14). В этой связи назначение фундаментального образования – предвидеть социальное развитие, формировать его ключевые тренды (Петрова, 2024, с. 11).

Вопросы формирования у студентов целостного естественнонаучного мировоззрения всегда были важны для дидактики российской высшей школы. «Мы сразу стали учиться научно мыслить и учить студенчество мыслить целостными, фундаментальными теориями и действовать в практике сообразно методам получения фундаментальных знаний», – пишет В. А. Садовничий (2003, с. 11).

Концепция фундаментализации образования предполагает необходимость обратить особое внимание на создание для обучающихся условий «для гибкого и многогранного научного мышления, системного восприятия действительности, создания внутренних потребностей в саморазвитии и самообразовании», – сформулировано в качестве направления развития образовательного процесса в работе авторов Г. Л. Бордовского А. А. Нестерова, С. Ю. Трапицына (2001, с. 13).

Г. И. Петрова (2024, с. 20) выделяет фундаментальность содержания современного образования в качестве стержневой характеристики, связывая его педагогическую адаптацию с исследовательской моделью. «Органическая связь нравственно-аксиологического, информационно-технологического, прагматико-деятельностного аспектов – это основное направление формирования фундаментальности содержания современного образования», – констатирует Г. И. Петрова (2024, с. 22).

Отличительные черты фундаментальности содержания современного высшего образования:

- ориентация на подготовку самостоятельно мыслящей личности, способной выстраивать индивидуальную стратегию в жизни, умеющую себя определять (самоопределяться) (Петрова, 2024, с. 20);
- ориентация на формирование основополагающих, то есть фундаментальных, профессиональных знаний и их личностного осмысления (Петрова, 2024, с. 20);
- ориентация на создание внутренних потребностей в саморазвитии и самообразовании (Петрова, 2024, с. 21);
- включение опыта творческой деятельности, направленного на развитие способности к исследовательской работе и способности уходить от алгоритмически поданных образцов знания (Петрова, Овсянникова, Плюснин, 2024, с. 14);
- ориентация на развитие способности критического мышления (Петрова, 2024, с. 21);
- ориентация на формирование навыков профессиональной самооценки (Петрова, 2024, с. 21);
- соединение гуманитарного и естественнонаучного знания (Петрова, 2024, с. 21-22).

Таким образом, на теоретическом уровне во многом осмыслена новая концепция фундаментальности подготовки инженерных кадров нового поколения, сочетающая не только набор дисциплин для изучения, но и набор принципов познания и деятельности, ориентированных на усвоение жизнеобеспечивающих человеческих ценностей. «Конкретные практические шаги в осуществляющихся реформах образования определяются как потенциальные и требуют разработки в их актуальном педагогическом значении», – делают выводы Г. И. Петрова, Ю. Н. Овсянникова, В. Л. Плюснин (2024, с. 14).

Задача практической реализации выявленных теоретических положений связана с разработкой и внедрением в учебный процесс такого содержания учебной дисциплины, освоение которого прививало бы студенту черты исследователя. В настоящий момент эта сложнейшая работа выполняется преподавателями на основе анализа продуктивного учебно-методического опыта отдельных кафедр математики технических вузов.

Каждая дисциплина основной образовательной программы вуза вносит свой вклад в формирование результатов обучения. Дисциплины математического блока образуют базу для изучения естественнонаучных и профессиональных дисциплин, позволяют овладеть важным инструментом учебных и научных исследований, поэтому важно даже на первых этапах обучения создавать условия для учебно-исследовательской деятельности. Эффективность реконструкции технологии преподавания математики во многом зависит от соответствия применяемых методов обучения открытым и апробированным в психологии законам усвоения.

В XX веке отечественная школа психологии научно обосновала и разработала деятельностный подход к обучению. «Деятельностный подход к обучению состоит в установлении зависимости между познавательными (учебными) действиями учащегося и приобретаемыми им умениями», – определяет В. П. Беспалько (2008, с. 78-79). Одним из оснований теории учебной деятельности является точка зрения Л. С. Выготского (1960) о ведущей роли обучения в психическом и личностном развитии человека. Следовательно, в процессе обучения необходимо:

- обеспечить учебную деятельность каждого ученика (Рубинштейн, 1958; Выготский, 1960);
- обеспечить адекватность деятельности учащихся усваиваемым знаниям (Леонтьев, 1981);
- организовать эту деятельность в соответствии с открытыми психологическими механизмами усвоения (Гальперин, 1958; 1965).

В исследовании Н. Ф. Талызиной (1993) доказано: положения теории П. Я. Гальперина позволяют существенно продвинуться в решении многих задач дидактики, органически соединить фундаментализацию и профессионализацию образования.

Приступая к разработке средств обучения, преподаватель должен понимать, какие аспекты психологии обучения являются приоритетными и какими основными методическими принципами нужно руководствоваться, чтобы учебный процесс был наиболее успешным. «Актуальная задача построения национально ориентированной системы образования в России будет решаться с опорой на опыт и традиции отечественной педагогики», – констатирует Г. В. Новикова (2023, с. 43). В своей работе она отмечает, что деятельностная теория учения Н. Ф. Талызиной является научным практическим подходом, имеющим большой методологический потенциал, который в настоящее время не полностью раскрыт (Новикова, 2023).

Содержание математических дисциплин в техническом вузе отличается наличием большого количества теоретического материала, поэтому успешность обучения зависит от правильно выбранного специального инструментария. «Понимание умственных действий как инструментов актуализации и организации учебного материала... значительно расширяет возможности теории управления процессом усвоения знаний Н. Ф. Талызиной и должно стать теоретической и методической основой конструирования новых школьных учебников», – подчеркивают Л. В. Черемошкина, Т. Н. Осинина (2023, с. 72).

Следует отметить, что в работах современных отечественных и зарубежных психологов экспериментально доказано: деятельностный (конструктивистский) подход в обучении способствует развитию критического мышления, академической мотивации, саморегуляции, применению полученных знаний на практике (Корешникова, Авдеева, 2022).

О важности распространения теории учебной деятельности в высшей школе, позволяющей реорганизовать вузовское преподавание, пишет И. А. Зимняя (2009, с. 3-4). Однако в практике высшей школы теория учебной деятельности П. Я. Гальперина широко не используется, так как требует глубокой переработки учебного материала, что составляет главную трудность ее практической реализации.

Фундаментальность содержания учебной деятельности связана с «инвариантными структурными единицами знаний, которые являются основой всех конкретных знаний данной области» (Талызина, 1986, с. 30). «Фундаментальное знание должно ориентировать студента как при анализе предлагаемых ему частных явлений, так и при получении им новых» (Талызина, 1986, с. 30). Отсюда вытекает центральная задача проектирования учебного процесса: выявление таких видов учебной деятельности, усвоение которых дает наиболее эффективное развитие (Талызина, 1995).

П. Я. Гальперин в каждом разумном действии выделил ориентировочную, исполнительскую и контрольную части. Им впервые было введено понятие ориентировочной основы умственных действий (Гальперин, 1958). Ориентировочная основа действий (ООД) – система представлений человека о цели, плане и средствах осуществления предстоящего или выполняемого действия. В любой деятельности ориентировочная часть является главной, определяющей успех исполнительской части. П. Я. Гальперин выделяет три различных типа ориентировочного этапа действия, от способа построения которых зависит качество учебной деятельности.

Первый тип ориентировки – это конкретный образец, демонстрация или описание действия, без каких-либо указаний о методике его выполнения. Он пригоден лишь для анализа ситуации какого-либо одного вида и самостоятельно открывается деятелем на основе проб и ошибок. Второй тип ориентировки содержит полные и подробные указания о правильном выполнении действия, при этом субъект получает эту совокупность в готовом виде. Такой тип ориентировки пригоден для правильного решения поставленной конкретной задачи, он нацелен на усвоение готового знания и не формирует продуктивного мышления. Третий тип ориентировки – полный состав общих ориентиров, пригодных для анализа некоторого класса явлений. Субъекту дается метод анализа объектов, пользуясь которым он самостоятельно составляет ориентировочную основу действий по решению частных задач. Такой подход преобразует учебную эмпирическую задачу в теоретический исследовательский процесс, который аналогичен деятельности профессионала в данной области (Талызина, 1993; Калошина, 2007).

В процессе проектирования учебной деятельности студентов технических вузов мы делим основную часть изучаемого теоретического материала по категориям: 1) определения, 2) теоремы, 3) алгоритмы, 4) неалгоритмизируемые методы. Такой прием способствует фундаментализации содержания математической подготовки. В качестве учебного материала используются системы заданий, обеспечивающих формирование умственных действий, адекватных содержанию математических предложений. Системы заданий разработаны согласно установленным видам учебной деятельности для успешного их усвоения в соответствии с теорией поэтапного формирования умственных действий П. Я. Гальперина (Левитас, 2008). Для усвоения определения студенты должны выполнить задания на распознавание и выведение следствий; для изучения теоремы необходимо проработать задания по формулировке теоремы и задания по доказательству теоремы. Для овладения алгоритмом необходимо выполнить задания по распознаванию ситуации, в которой можно применять данный алгоритм, и задания на выполнение алгоритма. Обучение студентов неалгоритмизируемому методу включает точное описание метода, ознакомление с примерами его применения и возможность потренироваться на специально подобранных заданиях (Шамайло, Булычева, 2022; Шамайло, 2023).

В ранее проведенных нами исследованиях подробно описываются виды учебной деятельности студентов и способы ее организации при работе с базовыми разделами математического анализа и аналитической геометрии, доказана эффективность представленного подхода к обучению (Шамайло, 2013; Шамайло, Булычева, 2022; Шамайло, Серегина, 2024). Таким образом, усиление фундаментальности математической подготовки может быть достигнуто за счет организации учебной деятельности по решению системы заданий, обеспечивающих формирование умственных действий, адекватных знаниям, содержащимся в современном курсе математики.

В данной работе представлен авторский опыт организации учебной деятельности студентов в процессе изучения одного из разделов дисциплины «Алгебра и геометрия». Данная дисциплина входит в программу подготовки выпускников по направлению 10.03.01 Информационная безопасность, профиль подготовки: Безопасность компьютерных систем (Рабочая программа дисциплины «Алгебра и геометрия», направление подготовки 10.03.01..., 2025; Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 10.03.01..., 2020), а также специальности 10.05.03 «Информационная безопасность автоматизированных систем», специализация: Анализ безопасности информационных систем (Рабочая программа дисциплины «Алгебра и геометрия», специальность 10.05.03..., 2025; Федеральный государственный образовательный стандарт по специальности 10.05.03..., 2020). Курс «Алгебра и геометрия» является базовым и для изучения дисциплин естественнонаучного блока, и профессионально направленных дисциплин. Освоение «Алгебры и геометрии» направлено на формирование общепрофессиональной компетенции (ОПК-3): способен использовать необходимые математические методы для решения задач профессиональной деятельности (Рабочая программа дисциплины «Алгебра и геометрия», направление подготовки 10.03.01..., 2025; Рабочая программа дисциплины «Алгебра и геометрия», специальность 10.05.03..., 2025). Основной литературой, рекомендованной студентам и используемой в учебной работе, являются пособия: «Алгебра: учебное пособие» (Булычева, Васильева, Карпасюк, 2020); «Сборник тестовых заданий по алгебре: учебное пособие» (Булычева, Карпасюк, 2020); «Теория чисел: учебное пособие» (Бухштаб, 2025).

Приведем пример системы заданий, разработанной в соответствии с теорией поэтапного формирования умственных действий П. Я. Гальперина в модификации, относящейся к преподаванию математики, для организации учебной деятельности студентов при освоении раздела «Основы теории сравнений». Формируя систему заданий, мы опирались на методологию В. П. Беспалько (2008) об уровнях усвоения знаний и постепенном восхождении обучающихся по образовательным траекториям.

Авторами впервые представлена методика конструирования заданий по уровням усвоения, основанная на схеме: задача – обратная задача – экстремальная задача – задача на составление модели с различными ограничениями. Особенности заданий каждой категории формируются в зависимости от изучаемой темы и дисциплины, хотя общие признаки задач каждого типа приведенной схемы могут быть сформулированы. Имеется исходная задача (базовый уровень) с некоторым набором известных входных параметров, среди которых есть m . Требуется найти неизвестный параметр n . В обратной задаче (продвинутый уровень) n включается в число известных параметров, неизвестным становится m . В экстремальной задаче (продвинутый или высокий уровень) требуется найти диапазон изменения m в общем случае и его минимальное или максимальное значение в частности. В задачах четвертого типа (высокий уровень) требуется построить математическую модель, в которой заданный параметр m будет подчиняться некоторым условиям или ограничениям. Предлагая студентам выполнить задания трех уровней, мы решаем задачу восхождения по типам ориентировочной основы выполняемых ими действий.

Приведем примеры заданий на распознавание и выведение следствий, которые предлагаются студентам при работе с определением сравнимости целых чисел по трем уровням: базовый, продвинутый и высокий.

Определение. Целые числа a и b называются сравнимыми по модулю m , $m \in \mathbb{N}$, если разность $a - b$ делится на m .

Задания на распознавание (по уровням)

1. Среди приведенных чисел найдите сравнимые по модулю три: 5, 12, -15, 0, 125, -1, 1328, -20.
2. Определите модуль, по которому сравнимы данные два числа: 1) 3 и 17; 2) -57 и -26; 3) -289 и 71. Назовите все возможные варианты ответа в каждом из случаев. Перечислите все простые модули в каждом из случаев.
3. Определите минимальный и максимальный модули m , по которым сравнимы целые числа: 1) 25 и -250; 2) 25 и -275.

Для выполнения первого задания студенту необходимо реализовать простейший алгоритм: найти все возможные разности чисел и проверить их делимость на 3. Это упражнение мы определяем как задание базового уровня.

Для выполнения второго задания, относящегося к продвинутому уровню, студенту необходимо актуализировать знания из предыдущего раздела изучаемой дисциплины «Основы теории делимости», мотивация по-прежнему является в процессе выполнения самого задания.

Рассмотрим решение задания 2. Для пункта 1) разность чисел равна -14 (или 14). Данные числа делятся на числа: 1, 2, 7, 14, поскольку модуль – натуральное число. Этот важный факт, содержащийся в определении, часто игнорируется студентами. Таким образом, существует 4 варианта ответа. Среди найденных модулей простыми числами являются два числа: 2 и 7. Во втором пункте разность равна -31 (или 31). Так как 31 – простое число, то оно имеет лишь тривиальные делители – 1 и 31. Таким образом, существует 2 варианта модуля, 1 вариант простого модуля. В пункте 3) разность чисел равна -360 (или 360). Все делители числа 360 найти

достаточно сложно. Требуется формула для подсчета числа натуральных делителей данного числа. Для этого необходимо найти каноническое представление числа 360, а затем по известной формуле подсчитать число делителей, каждый из которых будет являться модулем. Для того чтобы выделить простые модули, необходимо не только перечислить все делители, но и обратиться к критерию простоты числа.

Задание 3, которое мы относим к высокому уровню, подготавливает базу для обобщающих выводов в группе заданий на выведение следствий. Максимальный модуль, по которому сравнимы числа, есть их разность, взятая с положительным знаком. Также фиксируется следующий факт: независимо от того, какие числа даны, минимальный модуль, по которому они сравнимы, есть единица, т. к. это самое маленькое натуральное число, на которое делится любое число.

Задания на выведение следствий (по уровням)

1. Приведите примеры различных целых чисел, сравнимых по модулю 8. Запишите соответствующие сравнения.

2. Приведите примеры целых чисел, несравнимых по модулю 8. Запишите соответствующие сравнения.

3. Приведите пример модуля, по которому сравнимы числа 2 и 14.

4. Приведите пример модуля, по которому несравнимы числа 2 и 14.

5. Назовите модуль, по которому сравнима любая пара целых чисел.

6. Назовите максимальный модуль, по которому сравнимы целые числа a и b .

7. Приведите пример двух различных целых чисел, сравнимых по модулю 2 и 4 одновременно. Запишите соответствующие сравнения.

8. Приведите пример двух различных целых чисел, сравнимых по модулю 2, но несравнимых по модулю 4. Запишите соответствующие сравнения.

9. Приведите пример двух различных целых чисел, сравнимых по модулям 2, 4 и 6 одновременно. Запишите соответствующие сравнения. Сколько таких чисел существует?

10. Определите, возможно ли привести примеры двух целых чисел, сравнимых по модулям 2, 4, 6, но несравнимых по модулю 3? Ответ обоснуйте.

В приведенном блоке заданий упражнения 1-4 относятся к базовому уровню, упражнения 3-8 относятся к продвинутому уровню и упражнения 9-10 – к высокому уровню.

Для разработки заданий по уровням (и теоретических, и практических) используется описанная выше схема составления задач. К вопросам, которые приведены в упражнениях базового уровня, ставятся «обратные» вопросы в заданиях второго уровня. Например, в заданиях первого уровня известен модуль, по которому данные числа сравнимы (или несравнимы). В заданиях второго уровня числа сравнимы между собой, но модуль неизвестен. Сложность обратных задач нашего курса заключается в неоднозначности ответа, здесь необходим перебор различных вариантов ответа, хотя обобщение полученных результатов пока не требуется. В экстремальных задачах обобщение необходимо, является частью ответа. Выводы, сделанные в экстремальной задаче, являются базой для решения заданий высокого уровня.

Задачи на составление моделей с ограничениями используются в основном при отработке практических навыков, хотя некоторая пропедевтика начинается и при работе с определениями и теоремами. Это задания высокого уровня, так как в них требуется более глубокий анализ материала и самостоятельное обобщение результатов, полученных в обратных и экстремальных задачах. Так, в задании 9, приведенном выше, требуется выяснить, есть ли минимальная и максимальная разность двух чисел, которая делится на все три числа – модуля. Учитывая, что числа различны и наименьшее общее кратное модулей равно 12, минимальная разность двух искомых чисел (по абсолютному значению) – 12. Максимальной разности не существует, поскольку нас устроит любая пара чисел, разность которых кратна 12. Таким образом, можно составить бесконечное множество сравнений, удовлетворяющих заданным ограничениям.

Анализ теоретического материала в заданиях, разработанных в соответствии с приведенной схемой, способствует подготовке студентов к работе с алгоритмами. Рассмотрим задания, предлагаемые обучающимся на отработку теоремы из раздела «Основы теории сравнений».

Теорема (критерий сравнимости). Целое число a сравнимо с целым числом b по модулю m тогда и только тогда, когда у них одинаковые остатки при делении на m .

Задания по формулировке теоремы

1. Сформулируйте необходимое условие теоремы.

2. Сформулируйте достаточное условие теоремы.

3. Продолжите предложение: если $25 \equiv 35 \pmod{10}$, то в соответствии с необходимым условием теоремы эти числа...

4. Закончите предложение: если остатки при делении чисел 135 и 31 на 4 равны 3, то...

5. Даны числа: 5, 12, -15, 0, 125, -1, 1328, -20. Перечислите числа, имеющие одинаковые остатки при делении на 3. Сделайте необходимые выводы.

6. Даны следующие числа:

$$2m + 1, (m + 1)^2, (m - 1)^2, 1, 3m^2 - 1, 7m + 2.$$

Выберите числа, сравнимые по модулю m . Ответ аргументируйте.

Задания по доказательству теоремы

1. Разберите доказательство необходимого условия теоремы.

2. Проведите доказательство достаточного условия теоремы на примере чисел задания 4.
3. Проведите доказательство достаточного условия теоремы.

Задание по формулировке теоремы номер 6 относится к заданиям с неопределенными данными. В нем модуль является неизвестным параметром. Прежде чем искать остатки при делении на модуль этих чисел, студентам необходимо рассмотреть некоторые частные случаи для обобщения результата. Так, при $m = 1$ мы получаем числа: 3, 4, 0, 1, 2, 9 и они все будут сравнимы между собой по модулю 1. При $m = 2$ это будут числа: 5, 9, 1, 1, 11, 16, среди которых сравнимыми по модулю 2 являются числа, имеющие остаток 1 при делении на 2: 5, 9, 1, 11. При $m = 3$ получаем следующую последовательность чисел: 7, 16, 4, 1, 26, 23. В данном случае сравнимыми по модулю m будут числа: 7, 16, 4, 1, так как их остаток равен 1, а также числа 26 и 23, имеющие остаток 2. Очевидно, что при $m \geq 3$ в исходной последовательности будут всегда сравнимы числа $2m + 1$, $(m + 1)^2$, $(m - 1)^2$, 1, имеющие остаток 1, а числа $3m^2 - 1$, $7m + 2$, наоборот, будут всегда иметь разные остатки при $m \geq 4$. Следовательно, эти числа будут несравнимы по модулю.

Представленная система заданий выполняется студентами в процессе изучения раздела «Основы теории сравнений» дисциплины «Алгебра и геометрия» института информационных технологий и коммуникаций Астраханского государственного технического университета. Эффективность опыта организации учебной деятельности по решению представленной системы заданий подтверждается заинтересованностью студентов в результатах своих учебных достижений, их активным участием в студенческих математических олимпиадах, разработкой собственных учебно-исследовательских проектов, участием в научно-исследовательской работе профильных кафедр вуза. Наблюдаемые результаты позволяют сделать вывод об усилении фундаментальности математической подготовки студентов за счет организации учебной деятельности студентов по решению систем заданий, разработанных в соответствии с теорией поэтапного формирования умственных действий П. Я. Гальперина.

Заключение

В рамках проведенного исследования выполнен анализ научных публикаций, посвященных фундаментализации образования, выявлены отличительные черты фундаментальности содержания современного высшего образования, отражающие направленность процесса обучения на подготовку самостоятельно мыслящей личности, умеющей себя определить относительно общего социокультурного развития и развития науки, способной к саморазвитию, обладающей фундаментальными профессиональными знаниями и опытом исследовательской деятельности.

В статье описаны виды учебной деятельности студентов и способы ее организации при работе с математическими предложениями в соответствии с теорией поэтапного формирования умственных действий П. Я. Гальперина. Авторами представлена методика конструирования заданий по уровням усвоения, основанная на схеме: задача – обратная задача – экстремальная задача – задача на составление модели с различными ограничениями. На выделенной теоретической основе разработана система задач для организации учебной деятельности студентов технических вузов в процессе обучения математике. В работе приведены примеры заданий, разработанных в соответствии с теорией поэтапного формирования умственных действий П. Я. Гальперина в модификации, относящейся к преподаванию математики, для организации учебной деятельности студентов при освоении раздела «Основы теории сравнений».

Наш опыт показал, что усиление фундаментальности математической подготовки в техническом университете может достигаться за счет организации учебной деятельности по решению системы заданий, обеспечивающих формирование умственных действий, адекватных знаниям, содержащимся в современном курсе математики. Дальнейшее исследование предполагает разработку методики организации учебно-исследовательской деятельности студентов в проектах по созданию собственных систем заданий для изучения математики.

Материалы исследования | Research materials

1. Булычева Ю. В., Васильева Т. В., Карпасюк И. В. Алгебра: учебное пособие. Астрахань: Изд-во Астраханского государственного технического университета, 2020.
2. Булычева Ю. В., Карпасюк И. В. Сборник тестовых заданий по алгебре: учебное пособие. Астрахань: Изд-во Астраханского государственного технического университета, 2020.
3. Бухштаб А. А. Теория чисел: учебное пособие. СПб.: Лань, 2025.
4. Калошина И. П. Психология творческой деятельности: учебное пособие для вузов. Изд-е 2-е. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2007.
5. Левитас Г. Г. Методика преподавания математики в основной школе: учебное пособие. Астрахань: Изд-во Астраханского государственного технического университета, 2008.
6. Макет, утвержденный Письмом Минобрнауки России № МН-5/169012 от 02.05.2023 г. <https://fgosvo.ru/fgosvo/index/31>
7. О некоторых вопросах совершенствования системы высшего образования: Указ Президента РФ от 12 мая 2023 г. № 343. <https://www.garant.ru/hotlaw/federal/1623647/>
8. Рабочая программа дисциплины «Алгебра и геометрия», направление подготовки 10.03.01 «Информационная безопасность», профиль подготовки «Безопасность компьютерных систем». Астрахань, 2025. https://astu.org/sveden/files/zih/2025_v10.03.01_Bezopasnosty_kompyuternyx_sistem_Algebra_i_geometriya.pdf

9. Рабочая программа дисциплины «Алгебра и геометрия», специальность 10.05.03 «Информационная безопасность автоматизированных систем», специализация «Анализ безопасности информационных систем». Астрахань, 2025. [https://astu.org/sveden/files/aic/2025_10.05.03_Analiz_bezopasnosti_informacionnyx_sistem_Algebra_i_geometriya_\(1\).pdf](https://astu.org/sveden/files/aic/2025_10.05.03_Analiz_bezopasnosti_informacionnyx_sistem_Algebra_i_geometriya_(1).pdf)
10. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 10.03.01 «Информационная безопасность» (уровень бакалавриата) (приказ Минобрнауки России от 17.11.2020 г. №1427). <https://fgosvo.ru/?ysclid=mn7s295fw4105697845>
11. Федеральный государственный образовательный стандарт по специальности 10.05.03 «Информационная безопасность автоматизированных систем» (уровень специалитета) (приказ Минобрнауки России от 26.11.2020 г. № 1457). <https://fgosvo.ru/fgosvo/index/26/60>

Источники | References

1. Бабенко С. П., Бадьин А. В. О некоторых проблемах учебного процесса в вузах на примере курса общей физики // *Almamater (Вестник высшей школы)*. 2025. № 10.
2. Бермус А. Г. Проблемы и перспективы постболонского реформирования системы высшего образования в России: теоретический обзор // *Педагогика. Вопросы теории и практики*. 2025. Т. 10. Вып. 1. <https://doi.org/10.30853/ped20250006>
3. Беспалько В. П. Природосообразная педагогика. М.: Народное образование, 2008.
4. Бордовский Г. Л., Нестеров А. А., Трапицын С. Ю. Управление качеством образовательного процесса. СПб.: Изд-во Российского государственного педагогического университета им. А. И. Герцена, 2001.
5. Выготский Л. С. Развитие высших психических функций. М.: Изд-во Академии педагогических наук РСФСР, 1960.
6. Гальперин П. Я. Основные результаты исследований по проблеме «Формирование умственных действий и понятий». М.: Изд-во Московского государственного университета, 1965.
7. Гальперин П. Я. Типы ориентировки и типы формирования действий и понятий // *Доклады Академии педагогических наук РСФСР*. 1958. № 2.
8. Гилязова О. С., Замощанская А. Н. Трансформации российского фреймворка универсальных компетенций в контексте аксиологического поворота в высшем образовании // *Педагогика. Вопросы теории и практики*. 2025. Т. 10. Вып. 8. <https://doi.org/10.30853/ped20250143>
9. Зимняя И. А. Учебная деятельность – специфический вид деятельности // *Инновационные проекты и программы в образовании*. 2009. № 6.
10. Корешникова Ю. Н., Авдеева Е. А. Заинтересовать нельзя заставить. Роль академической мотивации и стилей преподавания в развитии критического мышления студентов // *Вопросы образования / Educational Studies*. 2022. № 3.
11. Леонтьев А. Н. Проблемы развития психики. М.: Изд-во Московского государственного университета, 1981.
12. Новикова Г. В. Деятельностная теория учения Н. Ф. Талызиной в подготовке современного педагога // *Вестник Московского университета. Серия 20. Педагогическое образование*. 2023. Т. 21. № 4.
13. Панькова Н. М. Фундаментализация как базовая образовательная тенденция инновационного университета // *Вестник науки Сибири*. 2013. № 1 (7).
14. Петрова Г. И. Философское обоснование специфики фундаментального содержания современного образования // *Философия образования*. 2024. Т. 24. № 3.
15. Петрова Г. И., Овсянникова Ю. Н., Плюснин Л. В. Фундаментальность современного университетского образования: подходы к определению и специфика содержания // *Университетское управление: практика и анализ*. 2024. Т. 28. № 2.
16. Рубинштейн С. Л. О мышлении и путях его исследования. М.: Изд-во Академии наук СССР, 1958.
17. Садовничий В. А. Традиции и современность // *Высшее образование в России*. 2003. № 1.
18. Талызина Н. Ф. Теоретические основы разработки модели специалиста. М., 1986.
19. Талызина Н. Ф. Теория планомерного формирования умственных действий сегодня // *Вопросы психологии*. 1993. № 1.
20. Талызина Н. Ф. Формирование приемов математического мышления. М.: Московский государственный университет; Вента-Граф, 1995.
21. Тестов В. А. Качество и фундаментальность высшего образования // *Высшее образование в России*. 2008. № 10.
22. Тестов В. А. Фундаментальность образования: современные подходы. М.: Научная цифровая библиотека PORTALUS.RU, 2007. https://portalus.ru/modules/shkola/rus_readme.php?subaction=showfull&id=1194351187&archive=1194448667&start_from=&ucat=&
23. Черемошкина Л. В., Осинина Т. Н. Концепция воспроизведения учебного материала: взгляд с позиций теории управления процессом усвоения знаний Н. Ф. Талызиной // *Вестник Московского университета. Серия 20. Педагогическое образование*. 2023. Т. 21. № 4.
24. Шамайло О. Н. Образовательные технологии обучения математическим дисциплинам в новых условиях высшего технического образования: материалы 67-й Международной научной конференции Астраханского государственного технического университета (г. Астрахань, 29-31 мая 2023 г.). Астрахань: Астраханский государственный технический университет, 2023.

25. Шамайло О. Н. Особенности формирования научно-теоретического мышления студентов технических вузов в процессе обучения математике на основе деятельностного подхода // *European Social Science Journal*. 2013. № 9 (33).
26. Шамайло О. Н., Булычева Ю. В. Вопросы реализации деятельностного подхода при обучении математике студентов технических вузов в условиях трансформации требований к образовательным результатам // *Мир науки. Педагогика и психология*. 2022. № 6.
27. Шамайло О. Н., Серегина В. В. Освоение студентами технических вузов способов познавательной деятельности в процессе обучения математических дисциплин // Материалы 68-й Международной научной конференции Астраханского государственного технического университета, посвященной 30-летию со дня присвоения Астраханскому техническому институту рыбной промышленности и хозяйства статуса технического университета (г. Астрахань, 27-31 мая 2024 г.). Астрахань: Астраханский государственный технический университет, 2024.

Информация об авторах | Author information

RU

Шамайло Ольга Николаевна¹, к. пед. н.

Булычева Юлия Владимировна², к. пед. н.

^{1, 2} Астраханский государственный технический университет

EN

Olga Nikolaevna Shamaylo¹, PhD

Julia Vladimirovna Bulycheva², PhD

^{1, 2} Astrakhan State Technical University

¹ olgashamailo@yandex.ru, ² philenok@mail.ru

Информация о статье | About this article

Дата поступления рукописи (received): 11.03.2026; опубликовано online (published online): 24.04.2026.

Ключевые слова (keywords): обучение математике; учебная деятельность; фундаментальность математической подготовки; деятельностный подход; формирование умственных действий; mathematics instruction; learning activities; fundamental mathematical training; activity-based approach; formation of mental actions.