

RU

Интеллектуальные обучающие системы и сервисы  
цифровой математики: возможности и ограничения

Шпак А. Е., Семенова Д. А., Ребко О. В., Матросова Н. В.

**Аннотация.** Цель исследования – разработать функциональную типологию интеллектуальных сервисов цифровой математики, которая позволяет определить их педагогические возможности, ограничения и критерии отбора для использования в школьном, среднем профессиональном (СПО) и высшем образовании. В статье рассмотрена проблема интеграции интеллектуальных сервисов в образовательный процесс в условиях «цифрового парадокса» математического образования, при котором рост числа технологических инструментов не сопровождается автоматическим повышением качества подготовки и мотивации обучающихся. В рамках предложенного системного подхода уточнено понятие «цифровая математика» как трехкомпонентной области (содержательный, деятельностный и инструментально-дидактический компоненты) и выделены пять функциональных групп интеллектуальных сервисов: автоматизированного решения и пошагового объяснения, адаптивные тренажеры, среды динамической визуализации и моделирования, тьюторы и ассистенты на основе искусственного интеллекта, аналитические модули поддержки педагогических решений. Научная новизна исследования состоит в уточнении содержания понятия «цифровая математика» в педагогическом контексте и разработке критериальной системы отбора интеллектуальных сервисов (дидактический, эргономический критерии, критерий адаптивности, аналитический критерий, критерий безопасности) с учетом особенностей школы, СПО и вуза. В результате исследования установлено, что эффективность использования интеллектуальных сервисов определяется методически обоснованным распределением функций между педагогом и цифровым инструментом, обеспечивающим поддержку понимания содержания, развитие вычислительного мышления и индивидуализацию обучения. При отсутствии четкой методической рамки цифровые средства могут выступать фактором когнитивной разгрузки, подменяя самостоятельную мыслительную деятельность обучающегося автоматизированными алгоритмами.

EN

Intelligent tutoring systems and digital mathematics services:  
opportunities and limitations

A. E. Shpak, D. A. Semenova, O. V. Rebko, N. V. Matrosova

**Abstract.** The aim of the study is to develop a functional typology of intelligent services for digital mathematics, which makes it possible to determine their pedagogical capabilities, limitations, and selection criteria for use in school, secondary vocational, and higher education. The article addresses the problem of integrating intelligent services into the educational process under the conditions of the “digital paradox” of mathematics education, in which the growing number of technological tools does not automatically lead to improvements in the quality of learning outcomes or student motivation. Within the framework of the proposed systemic approach, the concept of “digital mathematics” is refined as a three-component domain (the content-related, activity-based, and instrumental-didactic components), and five functional groups of intelligent services are identified: automated step-by-step solvers, adaptive trainers, dynamic visualization and modelling environments, tutors and assistants powered by artificial intelligence, and analytical modules for pedagogical decision support. The scientific novelty of the study lies in clarifying the meaning of “digital mathematics” in a pedagogical context and in developing a criteria-based system for selecting intelligent services (the didactic, ergonomic, adaptivity, analytical, security criteria) taking into account the specific features of schools, secondary vocational education, and universities. As a result of the study, it is established that the effectiveness of using intelligent services is determined by a methodologically grounded distribution of functions between the teacher and the digital tool, which ensures support for conceptual understanding, the development of computational thinking, and the individualization of learning. In the absence of a clear methodological framework, digital tools may act as a factor of cognitive offloading, replacing students’ independent cognitive activity with automated algorithms.

## Введение

Глобальная цифровизация образования, отраженная в национальных стратегиях различных стран, радикально трансформирует роль и место математического образования. Несмотря на традиционную роль математики в формировании логического и абстрактного мышления, высокая абстракция и алгоритмическая сложность содержания ведут к снижению мотивации и росту доли обучающихся с низкой математической грамотностью.

На уровне российской системы образования эти вызовы отражены в ряде стратегических и нормативных документов. Развитие математического образования в России связывается с Концепцией развития математического образования в Российской Федерации (Об утверждении Концепции развития..., 2013), которая требует индивидуализации обучения с использованием электронных и дистанционных технологий. Федеральные государственные образовательные стандарты и соответствующие им федеральные образовательные программы (Об утверждении федеральной образовательной программы основного общего образования..., 2023; Об утверждении федеральной образовательной программы среднего общего образования..., 2023) конкретизируют необходимость формирования функциональной грамотности и применения цифровых и интеллектуальных средств обучения.

Вместе с тем, несмотря на наличие развернутой нормативно-правовой базы и программ цифровизации, исследования показывают, что разрыв в математической подготовке обучающихся сохраняется. Согласно PISA-2022, около 31% подростков в странах ОЭСР имеют уровень математической грамотности ниже базового (OECD..., 2023). Аналогичные тенденции фиксируются TIMSS-2019 (Mullis, Martin, Foy et al., 2020) и мониторингами Рособнадзора, а математическая тревожность обучающихся продолжает расти (Исследование РАО, 2024; Marakshina, Pavlova, Ismatullina et al., 2023). Дополнительный отчет PISA-2022 фиксирует, что страны с развитой цифровой образовательной средой (например, Эстония, Корея) демонстрируют результаты выше средних по ОЭСР в креативном мышлении, что подчеркивает связь цифровых навыков с инновационным мышлением в математике. При этом многочисленные исследования (Дж. Рошелль с коллегами (Roschelle, Shechtman, Tatar et al., 2010; Roschelle, 2017), HolonIQ (2024 Global Education Outlook, 2023), В. В. Гриншкун, Г. А. Краснова (2021), М. Л. Ковалева (2022)) показывают, что ключевым фактором повышения качества математической подготовки обучающихся является не наличие оборудования само по себе, а степень педагогически обоснованной интеграции цифровых ресурсов и интерактивных сервисов в учебный процесс.

Возникает «цифровой парадокс» математического образования (Семенов, Поликарпов, 2020): образовательные системы располагают мощными цифровыми инструментами, но их интеграция фрагментарна, что не дает роста качества. Фундаментальное противоречие в том, что искусственный интеллект (ИИ) способен усилить познавательную активность и визуализировать сложные концепции, однако при отсутствии методической рамки цифровые средства становятся фактором когнитивной разгрузки, подменяя мышление обучающегося автоматизированными действиями («эффект калькулятора»).

Данное противоречие усиливается стремительным ростом технологий искусственного интеллекта. Большие языковые модели (ChatGPT, MathGPT, Khan Academy AI Coach и др.) способны генерировать решения, выполнять символьные вычисления, строить графики и даже объяснять ход решения. Они создают уникальный потенциал для персонализированного обучения, но одновременно ставят под угрозу традиционные формы контроля и могут провоцировать поверхностное усвоение.

Для достижения цели поставлены следующие задачи:

- 1) уточнить содержание понятия «цифровая математика» и представить ее трехкомпонентную модель в качестве теоретической основы для классификации интеллектуальных сервисов;
- 2) выделить функциональные группы интеллектуальных сервисов цифровой математики на основе анализа их педагогических возможностей и ограничений;
- 3) определить критерии отбора сервисов для разных уровней образования (школа, среднее профессиональное образование (СПО), вуз) и сформулировать соответствующие методические рекомендации.

Теоретическую базу исследования составляют труды С. Паперта (Papert, 1980), Дж. Боалера (Boaler, 2015), Э. Кларк-Уилсон с коллегами (Clark-Wilson, Robutti, Thomas, 2020) и Дж. М. Уинга (Wing, 2006), которые показывают, что современная математика в образовании должна опираться на визуализацию, моделирование, экспериментирование, алгоритмизацию и исследовательскую деятельность как ключевые компоненты деятельности в цифровой среде. Дж. Боалер (Boaler, 2015) доказывает, что динамические визуальные среды существенно повышают понимание абстрактных идей и снижают математическую тревожность, а работа Э. Кларк-Уилсон с коллегами (Clark-Wilson, Robutti, Thomas, 2020) демонстрирует, что цифровые математические среды меняют саму природу математической активности.

Для решения указанных задач в статье применяются следующие методы исследования. Анализ литературы (отечественной и зарубежной, включая работы С. Паперта, Дж. Боалера, Э. Кларк-Уилсон, а также нормативные документы РФ) используется для уточнения понятия «цифровая математика», выявления «цифрового парадокса» и обоснования теоретической базы исследования. Сравнительно-функциональный анализ сервисов (Photomath, Khan Academy, GeoGebra, ChatGPT и др.) позволяет выделить их педагогические возможности и ограничения, а также лежит в основе разработки функциональной типологии интеллектуальных сервисов. Метод типологизации применяется для объединения сервисов в пять функциональных групп (автоматизированного решения, адаптивные тренажеры, среды визуализации, ИИ-тьюторы, аналитические модули) и построения критериальной системы их отбора. Обобщение педагогического опыта (в том числе авторов статьи) используется для формулирования методических рекомендаций по интеграции сервисов в школьное, среднее профессиональное и высшее образование с учетом возрастных и когнитивных особенностей обучающихся.

Теоретическая значимость исследования состоит в разработке трехкомпонентной модели цифровой математики и функциональной типологии интеллектуальных сервисов, что может служить основой для дальнейших исследований цифровой трансформации математического образования. Практическая значимость заключается в возможности использования предложенной типологии, критериев отбора и методических рекомендаций при проектировании программ по математике в школе, СПО и вузе, выборе цифровых платформ, а также в программах повышения квалификации педагогов.

### Обсуждение и результаты

Цифровая математика прошла путь от узко вычислительных процедур до синтеза математических методов, компьютерных технологий и педагогических практик, направленных на развитие вычислительного мышления и цифровой грамотности. В работах С. Паперта (Papert, 1980), Дж. Боалер (Boaler, 2015) и Э. Кларк-Уилсон с соавторами (Clark-Wilson, Robutti, Thomas, 2020) обоснована роль цифровых инструментов в визуализации, моделировании и исследовательской деятельности. В отечественном дискурсе (Токтарова, 2019) цифровая математика понимается как совокупность знаний, необходимых для функционирования в цифровой среде.

На основе синтеза подходов зарубежных и отечественных ученых в рамках данного исследования под «цифровой математикой» в педагогическом контексте понимается междисциплинарная образовательная область, в которой математическое содержание адаптируется и реализуется посредством цифровых вычислительных технологий, алгоритмических моделей и интерактивных сред, а учебная деятельность фокусируется на развитии у обучающихся вычислительного мышления, навыков цифрового моделирования и критической интерпретации результатов в цифровой образовательной среде. Такая трактовка позволяет рассматривать цифровую математику как необходимую методологическую основу для разработки и внедрения интеллектуальных обучающих систем (ИОС).

Для обеспечения комплексного подхода к изучению цифровой математики и ее внедрению в образовательный процесс целесообразно выделить три взаимосвязанных компонента, отражающих содержательную основу, деятельностное ядро и инструментально-дидактическую среду. Данные компоненты позволяют последовательно осуществлять переход от теоретических абстракций к практическому компьютерно-ориентированному решению задач в условиях современной цифровой среды. Структура ключевых компонентов цифровой математики представлена в Таблице 1.

**Таблица 1.** Ключевые компоненты цифровой математики

| №  | Компонент                                                             | Содержание                                                                                                                             | Роль в образовательном процессе и связь с ИОС                                                                                                                                                                                                                                            |
|----|-----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. | <b>Содержательный</b><br>(Основа предметной области)                  | <b>Численные методы</b><br>(включают алгоритмы для приближенных вычислений, такие как методы интегрирования и решения уравнений)       | Формируют умение работать с приближенными вычислениями, анализировать ошибки и оценивать устойчивость алгоритмов при решении прикладных задач                                                                                                                                            |
|    |                                                                       | <b>Дискретная математика и алгоритмы</b><br>(охватывают комбинаторику, теорию графов и структуры данных)                               | Обеспечивают теоретический фундамент для информатики, программирования, а также для современных направлений, связанных с анализом данных, искусственным интеллектом                                                                                                                      |
|    |                                                                       | <b>Теория информации и кодирования</b><br>(включает меры информации, методы сжатия, шифрования и коррекции ошибок)                     | Способствует пониманию принципов хранения, передачи и защиты цифровой информации; формирует основы цифровой грамотности и критического отношения к данным                                                                                                                                |
|    |                                                                       | <b>Математическое моделирование</b><br>(построение и исследование дискретных, непрерывных и стохастических моделей реальных процессов) | Развивает способность формализовать прикладные задачи, интерпретировать результаты моделирования и применять математический аппарат в междисциплинарных контекстах                                                                                                                       |
| 2. | <b>Деятельностный</b><br>(Ключевые компетенции)                       | <b>Алгоритмизация и вычисление</b><br>(способность формулировать, описывать и анализировать алгоритмы)                                 | Развивает умение представлять задачи в виде последовательности шагов, пригодных для реализации на компьютере, а также формирует универсальный метод анализа проблемных ситуаций и их решения                                                                                             |
|    |                                                                       | <b>Цифровое моделирование</b><br>(умение строить математические модели реальных или абстрактных процессов)                             | Позволяет транслировать теоретические знания в виртуальные экспериментальные среды, поддерживая исследовательский и проектный подходы в обучении                                                                                                                                         |
|    |                                                                       | <b>Работа с данными</b><br>(способность применять математические методы для интерпретации информации)                                  | Формирует навыки анализа реальных данных, критического мышления и принятия обоснованных решений на основе количественной информации                                                                                                                                                      |
| 3. | <b>Инструментально-дидактический</b><br>(Среда реализации и обучения) | <b>Визуализация и симуляции</b><br>(используют графические и динамические модели для представления данных)                             | Обеспечивают наглядное представление абстрактных понятий, способствуют исследовательскому подходу. Ключевой инструмент ИОС для снижения когнитивной нагрузки и математической тревожности                                                                                                |
|    |                                                                       | <b>Интеграция с цифровыми платформами</b><br>(объединяет инструменты для совместной работы и адаптации)                                | Предоставляют возможность автоматизированной проверки, индивидуализации учебного процесса и расширения доступа к образовательному контенту, а именно создают новую дидактическую среду, где математика преподается в тесной связи с цифровыми технологиями и их практическим применением |

Представленные три компонента взаимодополняют друг друга, образуя целостную модель цифровой математики, ориентированную не только на передачу знаний, но и на формирование цифровой математической

грамотности – способности понимать, интерпретировать, оценивать и создавать математические решения в цифровом мире. Содержательный компонент формирует научно обоснованную предметную основу, включающую как классические разделы (численные методы, дискретная математика), так и современные направления (теория информации, математическое моделирование), непосредственно связанные с цифровыми технологиями. Деятельностный компонент обеспечивает трансляцию теоретических знаний в практические умения: алгоритмическое мышление, работа с данными, цифровое моделирование – все это становится ключевыми компетенциями, востребованными не только в учебных дисциплинах, но и в повседневной жизни цифрового гражданина. Инструментально-дидактический компонент задает среду реализации за счет визуализации, симуляций и интеграции с цифровыми платформами, способствующую снижению когнитивных барьеров, развитию исследовательской активности и персонализации обучения.

Развитие цифровой математики как комплексной образовательной области сопровождается появлением широкого спектра цифровых сервисов и платформ, использующих в том числе и элементы искусственного интеллекта. Под интеллектуальными сервисами цифровой математики будем понимать программные системы и веб-платформы, интегрирующие методы искусственного интеллекта, адаптивного обучения, символьных вычислений, визуализации математических структур и автоматизированной проверки решений с целью поддержки, персонализации и частичной автоматизации процессов обучения, преподавания и применения математических знаний.

Такие сервисы выходят за рамки традиционных цифровых инструментов (калькуляторов, статичных электронных учебников) и обеспечивают способность анализировать действия пользователя, строить модель его знаний, формулировать гипотезы о текущем уровне понимания, предлагать контекстно релевантную помощь, генерировать адаптивные задания и обеспечивать пошаговую обратную связь. В работе Дж. Андерсон, А. Корбетт, К. Кёдингер и др. (Anderson, Corbett, Koedinger et al., 1995) подобные системы определяются как компьютерные средства, которые используют предметную область, модель знаний обучающегося и педагогические стратегии для динамической поддержки учебной деятельности, включая пошаговый анализ решений, подсказки и адаптивный подбор заданий. К. VanLehn (2006) подчеркивает, что такая система работает в двух «циклах» – по задачам и по шагам решения, оценивая действия обучающегося, обновляя его модель и корректируя педагогическую тактику.

С позиций цифровой трансформации образования интеллектуальные сервисы описываются как ИИ-поддерживаемые цифровые среды, обеспечивающие автоматизированное построение, анализ и интерпретацию учебных объектов, а также формирование индивидуальных траекторий обучения на основе данных о когнитивных и метакогнитивных характеристиках обучающихся. В исследованиях, посвященных внедрению ИИ в математическое образование, подчеркивается, что подобные сервисы позволяют сочетать диагностику, адаптивную подачу материала и поддержку рефлексии, что делает их важным элементом развивающей цифровой образовательной среды (Бесшапошников, Дьяченко, Леонов и др., 2020). В отечественных работах по интеллектуальным обучающим системам (Алешева, 2018) акцент делается на том, что такие системы опираются на базы знаний предметной области, модели обучающихся и механизмы адаптивного управления обучением, обеспечивая учебный диалог на более высоком уровне по сравнению с традиционными электронными курсами.

С технической точки зрения интеллектуальный сервис цифровой математики можно рассматривать как программную систему, сочетающую компоненты символьной математики (computer algebra systems, CAS), автоматизированного доказательства, генерации задач и ИИ-движок для анализа пользовательского ввода в естественной или полуформальной математической нотации. Работы В. Buchberger с соавторами (Buchberger, Craciun, 2001; Buchberger, Jebelean, Kutsia et al., 2016) показывают, что интеграция средств компьютерной алгебры и автоматизированного доказательства в образовательные системы позволяет не только выполнять сложные символьные преобразования, но и поддерживать учебную деятельность (проверять доказательства, анализировать структуру решения, визуализировать математические объекты, организовывать дистанционное обучение математике).

В совокупности эти подходы позволяют трактовать *интеллектуальные сервисы цифровой математики* как специализированный подкласс интеллектуальных обучающих систем, ориентированный на поддержку содержательного, деятельностного и инструментально-дидактического компонентов цифровой математики. К таким сервисам относятся также отдельные модули внутри крупных образовательных платформ (адаптивные тренажеры, системы пошагового решения задач, динамические геометрические среды, чат-ассистенты и др.).

Исходя из рассмотренных особенностей цифровой математики и спектра доступных цифровых инструментов, можно выделить несколько функциональных групп интеллектуальных сервисов цифровой математики.

**1. Сервисы автоматизированного решения и пошагового объяснения** (Photomath, Symbolab) позволяют получать готовое пошаговое решение. *Возможности*: самопроверка, сравнение с эталоном. *Ограничения*: при неконтролируемом использовании подменяют самостоятельную деятельность, качество объяснений ИИ требует проверки.

**2. Адаптивные тренажеры и системы генерации задач** (Khan Academy, ALEKS, Учи.ру) подстраивают сложность заданий под уровень обучающегося. *Возможности*: индивидуальные траектории, оперативная обратная связь, статистика для педагога. *Ограничения*: ориентация на стандартные процедуры, риск подмены творческой деятельности.

**3. Среда динамической визуализации и моделирования с элементами ИИ** (GeoGebra, Desmos, Mathematica) обеспечивают наглядное представление абстрактных понятий и экспериментирование с параметрами. *Возможности*: развитие интуиции и исследовательских навыков. *Ограничения*: требуют цифровой компетентности, без четкого задания ведут к бессистемной «игре с параметрами».

**4. Интеллектуальные тьюторские системы и ассистенты на основе ИИ** (Khanmigo, ChatGPT) выступают в роли цифрового собеседника, задают наводящие вопросы и адаптируют объяснения. *Возможности*: персонализированная поддержка, стимулирование рефлексии. *Ограничения*: риск поверхностного усвоения, этические вопросы контроля самостоятельности.

**5. Аналитические сервисы поддержки педагогических решений** (встроены в Khan Academy, ALEKS, Учи.ру) собирают данные о действиях обучающихся и визуализируют прогресс. *Возможности*: выявление типичных затруднений, прогнозирование рисков. *Ограничения*: редукция сложных результатов к количественным показателям, необходимость специальной подготовки педагогов.

Предложенная типология сама по себе не отвечает на вопрос, какой сервис и в какой ситуации предпочтителен. Для этого необходимо определить **критерии отбора**, которые учитывают как педагогические задачи, так и возрастные и когнитивные особенности обучающихся.

На основе анализа литературы и педагогической практики выделены следующие критерии:

1. **Дидактический** – соответствие сервиса целям этапа обучения: ознакомление с новым материалом (среды визуализации), тренировка и отработка (адаптивные тренажеры, сервисы с пошаговыми подсказками), контроль (аналитические модули, но без доступа к ИИ-решению), проектно-исследовательская деятельность (среды моделирования, тьюторские системы).

2. **Эргономический** – удобство интерфейса для данной возрастной группы, наличие интуитивно понятной навигации, вариативность представления информации (текст, графика, аудиосопровождение), скорость обратной связи.

3. **Адаптивности** – способность системы изменять сложность, тип и последовательность заданий на основе действий обучающегося, выявлять и фиксировать типичные ошибки.

4. **Аналитический** – наличие у преподавателя доступа к статистике и визуализации прогресса, распределения ошибок по темам, прогнозных данных (риски неуспеваемости).

5. **Безопасности и этики** – соблюдение законодательства о персональных данных, отсутствие агрессивной рекламы и непрофильного контента, возможность контроля самостоятельности выполнения заданий (защита от списывания).

Особенности применения сервисов варьируются в зависимости от уровня образования (Таблица 2).

**Таблица 2.** Особенности отбора и использования интеллектуальных сервисов цифровой математики по уровням образования

| Уровень образования                        | Целевые приоритеты                                                                                                            | Предпочтительные типы сервисов                                                                                        | Ключевые критерии отбора                                                                          |
|--------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Школа (5-11 кл.)                           | Формирование вычислительного мышления, снижение математической тревожности, наглядность абстрактных понятий                   | Адаптивные тренажеры (Khan Academy, Учи.ру), среды динамической визуализации (GeoGebra, Desmos)                       | Эргономический, дидактический (особенно на этапе введения понятий), безопасности                  |
| Среднее профессиональное образование (СПО) | Прикладная направленность, связь с профессиональными модулями, отработка практических расчетов                                | Адаптивные тренажеры с элементами моделирования, сервисы пошагового объяснения (Symbolab, Photomath) для самопроверки | Адаптивности, аналитический, практико-ориентированности                                           |
| Высшее образование (вуз)                   | Развитие исследовательских навыков, символичные вычисления, визуализация сложных моделей, аналитика образовательного процесса | Среды компьютерной алгебры (Mathematica, Maple), ИИ-тьюторы (Khanmigo, ChatGPT study mode), аналитические модули      | Аналитический, дидактический (исследовательские задачи), эргономический (для сложных интерфейсов) |

Для школы критически важны эргономика и безопасность, так как обучающиеся младших и средних классов более подвержены отвлечению и когнитивной перегрузке. Рекомендуется использовать сервисы с ограниченным функционалом (например, тренажеры без доступа к готовым решениям до выполнения самостоятельной попытки).

В СПО на первый план выходит связь математического содержания с будущей профессией. Например, для экономических специальностей целесообразны тренажеры по работе с данными и процентами, для технических – среды моделирования физических процессов.

В вузе интеллектуальные сервисы становятся инструментом исследовательской работы, когда студенты используют CAS для проверки гипотез, а преподаватели – аналитические модули для выявления индивидуальных образовательных траекторий.

Для иллюстрации различий в дидактических функциях сервисов рассмотрим типовую задачу: найти параметры функции  $f(x) = 3.15 \sin(2x) - 5.35$  (амплитуду, период, линию среднего значения, ближайшие к нулю экстремумы). В сервисе автоматизированного решения (Symbolab) обучающийся получает готовое пошаговое решение. Адаптивный тренажер (Khan Academy) выстраивает последовательность заданий, подстраивая сложность под ответы пользователя. Среда динамической визуализации (Desmos) позволяет экспериментально найти экстремумы по графику. ИИ-тьютор (Khanmigo, ChatGPT) ведет диалог и задает наводящие вопросы. Таким образом, один и тот же математический объект в зависимости от выбранного сервиса реализует разные дидактические функции – от автоматизации вычислений до поддержки исследовательской деятельности.

Результаты анализа понятия цифровой математики и функциональной типологии интеллектуальных сервисов, а также выделения критериев их отбора позволяют перейти к формулированию методических рекомендаций:

1. *Выбирать сервис под конкретные учебные цели и темы.* Перед включением сервиса определить, какую задачу он решает (тренировка, визуализация, контроль, проект). Если сервис не усиливает ключевые цели темы – отложить его использование.

2. *Использовать сервисы автоматизированного решения преимущественно на этапе рефлексии после самостоятельной попытки решения.* Обучающиеся сначала решают задачу самостоятельно, затем сравнивают свой ход с разбором сервиса, анализируют ошибки. При контроле такие сервисы должны быть недоступны.

3. *Сочетать адаптивные тренажеры с аудиторной учебной деятельностью и обсуждением решений.* Применять тренажеры в формате «диагностика – коррекция – контроль», не подменяя ими объяснение и проектную деятельность. Результаты тренажеров использовать для планирования занятий и групповой работы.

4. *Регулярно включать визуализацию и моделирование.* Использовать среды динамической визуализации как рабочий инструмент при введении понятий и в исследовательских заданиях, сопровождая работу постановкой вопросов и обсуждением результатов.

5. *Задавать правила работы с ИИ-тьюторами и чат-ассистентами.* Использовать их как дополнительного собеседника для проговаривания решений. Заранее обсудить с обучающимися: что допустимо при подготовке, а что запрещено при контроле; как проверять ответы ИИ.

6. *Опираться на данные учебной аналитики, но не сводить обучение к цифрам.* Применять аналитику для мониторинга и выявления затруднений, но дополнять количественные показатели качественными наблюдениями (решения, проекты, устные ответы).

7. *Учитывать вопросы безопасности и цифровой культуры.* При выборе сервиса обращать внимание на отсутствие рекламы и защиту персональных данных. Обсуждать с обучающимися корректное использование цифровых инструментов, недопустимость подмены своей работы.

Эти рекомендации ориентированы на то, чтобы интеллектуальные сервисы цифровой математики рассматривались не как самоцель и случайный набор цифровых приложений, а как осознанно отобранные инструменты, усиливающие ключевые виды учебной деятельности и поддерживающие устойчивое развитие математической подготовки.

## Заключение

Проведенное исследование позволило решить поставленные задачи. Уточнено понятие «цифровая математика» как интегративной области, включающей содержательный, деятельностный и инструментально-дидактический компоненты. Разработана функциональная типология интеллектуальных сервисов цифровой математики, включающая пять групп: автоматизированного решения, адаптивные тренажеры, среды визуализации, ИИ-тьюторы и аналитические модули. Для каждой группы выявлены педагогические возможности (поддержка понимания, индивидуализация, визуализация) и ограничения (риск подмены самостоятельной деятельности, фрагментарность использования).

Определены критерии отбора сервисов (дидактический, эргономический, адаптивности, аналитический, безопасности) и особенности их применения на разных уровнях образования: в школе – акцент на эргономику и снижение тревожности; в СПО – на практическую направленность; в вузе – на исследовательские задачи и аналитику. Сформулированы методические рекомендации по интеграции сервисов в учебный процесс.

Перспективы исследований связаны с эмпирической проверкой эффективности предложенных критериев и с анализом влияния ИИ-сервисов на мотивацию и самостоятельность обучающихся.

## Материалы исследования | Research materials

1. Исследование РАО: Половина российских школьников побаиваются математики // Российская академия образования. 2024. <https://rusacademedu.ru/news/12032024-2/>
2. Об утверждении Концепции развития математического образования в Российской Федерации: Распоряжение Правительства Российской Федерации от 24.12.2013 № 2506-п. <https://docs.cntd.ru/document/499067348>
3. Об утверждении федеральной образовательной программы основного общего образования: Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 18.05.2023 № 370. <http://publication.pravo.gov.ru/document/0001202307140040>
4. Об утверждении федеральной образовательной программы среднего общего образования: Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 18.05.2023 № 371. <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/407284432/>
5. 2024 Global Education Outlook. HolonIQ, 2023. <https://www.holoniq.com/notes/2024-global-education-outlook>
6. OECD. PISA 2022 Results (Volume I): The State of Learning and Equity in Education. P.: OECD Publishing, 2023. [https://www.oecd.org/en/publications/pisa-2022-results-volume-i\\_53f23881-en.html](https://www.oecd.org/en/publications/pisa-2022-results-volume-i_53f23881-en.html)

## Источники | References

1. Алешева Л. Н. Интеллектуальные обучающие системы // Вестник университета. 2018. № 1. <https://doi.org/10.26425/1816-4277-2018-1-149-155>
2. Бесшапошников Н. О., Дьяченко М. С., Леонов А. Г., Матюшин М. А., Орловский А. Е. Использование машинного обучения и нейронных сетей для автоматической верификации заданий в текстовом и графическом представлении и помощи преподавателю // Успехи кибернетики. 2020. Т. 1. № 2. <https://doi.org/10.51790/2712-9942-2020-1-2-4>

3. Гриншкун В. В., Краснова Г. А. Современная цифровая образовательная среда: ресурсы, средства, сервисы: монография. М.: Проспект, 2021.
4. Ковалева М. Л. Проблемы и перспективы внедрения онлайн-курсов в систему высшего образования // Современные проблемы науки и образования. 2022. № 1.
5. Семенов А. Л., Поликарпов С. А. Цифровая трансформация школы и роль математики и информатики в ней. Проблемы и парадоксы математического образования и их цифровое решение // Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании: труды IV Международной научной конференции (г. Красноярск, 06-09 октября 2020 г.). Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2020.
6. Токтарова В. И. Адаптивная система математической подготовки студентов в условиях информационно-образовательной среды вуза: дисс. ... д. пед. н. Йошкар-Ола, 2019.
7. Anderson J. R., Corbett A. T., Koedinger K. R., Pelletier R. Cognitive Tutors: Lessons Learned // Journal of the Learning Sciences. 1995. Vol. 4. № 2. [https://act-r.psy.cmu.edu/wordpress/wp-content/uploads/2012/12/129CogTut\\_Lessons.pdf](https://act-r.psy.cmu.edu/wordpress/wp-content/uploads/2012/12/129CogTut_Lessons.pdf)
8. Boaler J. Fluency Without Fear: Research Evidence on the Best Ways to Learn Math Facts. Stanford: Youcubed, Stanford University, 2015. <https://www.youcubed.org/evidence/fluency-without-fear/>
9. Buchberger B., Craciun A. Distance Teaching of Mathematics Using Theorema. 2001. [https://www.researchgate.net/profile/Bruno-Buchberger/publication/255737487\\_Distance\\_Teaching\\_of\\_Mathematics\\_Using\\_Theorema/links/00b7d5209e06c45d9b000000/Distance-Teaching-of-Mathematics-Using-Theorema.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Bruno-Buchberger/publication/255737487_Distance_Teaching_of_Mathematics_Using_Theorema/links/00b7d5209e06c45d9b000000/Distance-Teaching-of-Mathematics-Using-Theorema.pdf)
10. Buchberger B., Jebelean T., Kutsia T., Maletzky A., Windsteiger W. Theorema 2.0: Computer-Assisted Natural-Style Mathematics // Journal of Formalized Reasoning. 2016. Vol. 9. № 1. <https://doi.org/10.6092/issn.1972-5787/4568>
11. Clark-Wilson A., Robutti O., Thomas M. Teaching with digital technology // ZDM – Mathematics Education. 2020. Vol. 52. № 7. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01196-0>
12. Marakshina J., Pavlova A., Ismatullina V., Adamovich T., Mironets S., Sitnikova M. A., Lobaskova M., Malykh S. The Russian version of the Abbreviated Math Anxiety Scale: psychometric properties in adolescents aged 13-16 years // Frontiers in Psychology. 2023. Vol. 14. Article 1275212. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2023.1275212>
13. Mullis I. V. S., Martin M. O., Foy P., Kelly D. L., Fishbein B. TIMSS 2019 International Results in Mathematics and Science. Boston: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College, 2020. <https://timss2019.org/reports/download-center/index.html>
14. Papert S. Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas. N. Y.: Basic Books, 1980.
15. Roschelle J. New Research Compendium Addresses Productivity & Transformation When Applying Technology in Learning Math // Digital Promise. 2017. September 25. <https://digitalpromise.org/2017/09/25/new-research-compendium-addresses-productivity-transformation-applying-technology-learning-math/>
16. Roschelle J., Shechtman N., Tatar D., Hegedus S., Hopkins B., Empson S., Knudsen J., Gallagher L. Integration of technology, curriculum, and professional development for advancing middle school mathematics: Three large-scale studies // American Educational Research Journal. 2010. Vol. 47. № 4. <https://doi.org/10.3102/0002831210367426>
17. VanLehn K. The Behavior of Tutoring Systems // International Journal of Artificial Intelligence in Education. 2006. Vol. 16. № 3. <https://cs.uky.edu/~sgware/reading/papers/vanlehn2006behavior.pdf>
18. Wing J. M. Computational thinking // Communications of the ACM. 2006. Vol. 49. № 3. <https://doi.org/10.1145/1118178.1118215>

#### Информация об авторах | Author information



**Шпак Анна Евгеньевна<sup>1</sup>**

**Семенова Дина Алексеевна<sup>2</sup>**, к. пед. н.

**Рибко Ольга Васильевна<sup>3</sup>**

**Матросова Наталья Владимировна<sup>4</sup>**

<sup>1, 2, 3, 4</sup> Марийский государственный университет, г. Йошкар-Ола



**Anna Evgenevna Shpak<sup>1</sup>**

**Dina Alekseevna Semenova<sup>2</sup>**, PhD

**Olga Vasiljevna Rebko<sup>3</sup>**

**Natalia Vladimirovna Matrosova<sup>4</sup>**

<sup>1, 2, 3, 4</sup> Mari State University, Yoshkar-Ola

<sup>1</sup> [annaevgshpak@gmail.com](mailto:annaevgshpak@gmail.com), <sup>2</sup> [DinaSemenova@gmail.com](mailto:DinaSemenova@gmail.com), <sup>3</sup> [molochki@yandex.ru](mailto:molochki@yandex.ru), <sup>4</sup> [m.natali378@mail.ru](mailto:m.natali378@mail.ru)

#### Информация о статье | About this article

Дата поступления рукописи (received): 20.01.2026; опубликовано online (published online): 27.05.2026.

**Ключевые слова (keywords):** цифровая математика; интеллектуальные сервисы; интеллектуальные обучающие системы; математическое образование; digital mathematics; intelligent services; intelligent tutoring systems; mathematics education.